UNIVERSITÉ DE PARIS

LABORATOIRE DE PHYSIQUE DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE

THESE DE DOCTORAT ES SCIENCES PHYSIQUES

présentée

A L'UNIVERSITE DE PARIS VI

par

Pierre THOREL

pour obtenir le Grade de Docteur ès-Sciences

Sujet de le Thèse: Contribution à l'étude des phénomènes de transport dans les supraconducteurs de deuxième espèce.

Soutenue le 20 Juin 1972 devant la Commission d'Examen.

MM. A. HERPIN Président

G. FOURNET)
J. BOK) Examinateurs
B. JACROT)

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41548020_0023

THESE DE DOCTORAT ES SCIENCES PHYSIQUES

présentée

A L'UNIVERSITE DE PARIS VI

par

Pierre THOREL

pour obtenir le Grade de Docteur ès-Sciences

Sujet de la Thèse : Contribution à l'étude des phénomènes de transport dans les supraconducteurs de deuxième espèce.

Soutenue le 20 JUIN 1972 devant la Commission d'Examen.

MM. A. HERPIN Président

G. FOURNET)
J. BOK) Examinateurs
B. JACROT)

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Je tiens d'abord à témoigner ma gratitude à Monsieur le Professeur Y. ROCARD qui m'a accueilli au Laboratoire de Physique de L'Ecole Normale Supérieure.

J'exprime ma profonde reconnaissance à Monsieur le Professeur J. BOK qui a guidé mes premiers pas en Physique et qui a dirigé cette thèse. Son aide a toujours été présente à mes côtés sur le chemin de la supraconductivité.

Je remercie tout particulièrement Y. SIMON pour sa collaboration amicale et efficace. Les discussions que nous avons eues et les heures de "manip" passées ensemble m'ont été un perpétuel encouragement.

Je remercie chaleureusement D. CRIBIER qui a su en quelques jours et nuits passés à Saclay m'enseigner les premiers rudiments de l'art neutronique.

Je tiens à remercier également

Tous les chercheurs du groupe de Physique des Solides pour de nombreuses et fructueuses discussions, et plus spécialement ceux qui forment l'équipe de supraconductivité, F. VIDAL, J. KLEIN, A. LEGER.

Le groupe de diffusion inélastique du Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay et plus particulièrement R. KAHN qui a participé directement à la dernière partie de ce travail ainsi que J. MONS, D. MONS, L. ROULEAU dont l'aide technique a été indispensable.

Je voudrais remercier aussi A. GUETTA et C. MEYER dont les dextérités respectives m'ont été d'un secours indispensable, ainsi que tous les ingénieurs et techniciens du laboratoire dont la compétence et l'aide technique toujours spontanément offertes m'ont été précieuses ; et Madame GIRARD qui a accepté de taper ce travail.

Enfin, je n'oublie pas le Laboratoire Central de recherche de THOMSON-CSF et la Direction de Recherche des Moyens et des Essais (DRME) qui ont aidé financièrement à la réalisation de ce travail.

- Qu'est-ce qu'elle chante cette Physique ?
- La Physique est celle qui explique les principes des choses naturelles et les propriétés des corps ; qui discourt de la nature des éléments, des métaux, des minéraux, des pierres, des plantes et des animaux, et nous enseigne les causes de tous les météores, l'arc-en-ciel, les feux volants, les comètes, les éclairs, le tonnerre, la foudre, la pluie, la neige, la grêle, les vents et... les TOURBILLONS.

- Il y a trop de tintamarre là-dedans, trop de brouillamini. (I)

INTRODUCTION

Les principaux problèmes concernant les propriétés des supraconducteurs de deuxième espèce à l'équilibre thermodynamique peuvent être considérés comme résolus, la théorie s'accordant de façon satisfaisante avec l'expérience. Mais les récentes techniques de visualisation (diffraction de neutrons, microscopie électronique) ont soulevé un certain nombre de problèmes nouveaux comme l'interaction attractive des tourbillons dans les matériaux de faible χ ou comme les effets d'anisotropie. Ce sont probablement des points mineurs, mais ils ont relancé la recherche théorique, la poussant à approfondir un certain nombre de notions et en étendant les domaines de la connaissance théorique dans les régions de champ intermédiaire ($H_{c_1} < H < H_{c_2}$) et pour les températures plus éloignées de T_c. Nous avons essayé dans le premier Chapitre, à la suite du rappel de la théorie de Ginzburg et Landau, de faire une revue sommaire mais certainement incomplète de ces récents développements.

Par contre, la situation est moins satisfaisante sur le plan des propriétés de transport, lorsqu'on superpose un courant directement appliqué à l'échantillon, qu'il soit continu ou alternatif, aux courants de diamagnétisme qui provoquent l'effet Meissner. Les théories existantes se contredisent sur certains points ou s'appliquent dans des domaines fort différents et aucune synthèse n'est en voie d'être faite. Du côté des vérifications expérimentales, la situation est confuse. Il y a essentiellement deux types d'expériences mises en place pour vérifier le modèle admis, avec ses diverses variantes, du mouvement de flux. Celles qui procèdent par mesure de grandeurs électriques (caractéristiques courant-tension, effet Hall...) ou thermiques (effet Ettinghausen, ou Peltier...) et celles qui tentent d'accéder directement à la mesure de la vitesse de ligne v_L. Les premières sont souvent contradictoires entre elles et avec les théories. Les secondes sont généralement peu concluantes comme nous le montrons dans la revue de ces expériences que nous faisons au Chapitre II. L'espoir que nous formulons est de voir

se réaliser au cours des prochaines années un film du mouvement de flux dans l'état mixte des supraconducteurs de deuxième espèce comme il a été réalisé dans l'état intermédiaire des premières espèces.

Dans l'attente de cet évènement et dans le souci d'initier de nouvelles voies théoriques, on a vu divers auteurs se poser un certain nombre de question, par exemple :

1. Questions sur la force motrice $j \times \Phi_o$ agissant sur un tourbillon. A quelle valeur du champ extérieur appliqué H_o le courant, qui se répartit à la surface si $H_o = 0$, devient uniforme en volume comme c'est couramment admis, non seulement dans les modèles de "flux flow", mais aussi dans les modèles de piégeage et dans la détermination des courants critiques. Tous les auteurs, en effet, parlent des "densités de courant critique" en divisant le courant critique total par la section totale offerte à ce courant. C'est l'étude expérimentale de ce point qui est conduite dans le Chapitre III.

2. Questions sur la modification de structure du réseau d'Abrikosov en présence d'un courant. L'Ecole hollandaise "voyait" par ses mesures de bruit, les tourbillons s'individualiser et se déplacer les uns indépendamment des autres. On pouvait même aller jusqu'à envisager le remplacement du réseau périodique par une structure en lamelles (Y. Simon, Thèse, Paris 1970). Il fallait donc avoir une réponse nette sur ce sujet et c'est pourquoi nous avons décidé de reprendre les expériences de diffraction de neutrons de Cribier et coauteurs, en présence d'un courant. Les résultats en sont développés au Chapitre IV.

Il est certain que notre travail présent ne résoud pas les problèmes théoriques effleurés ici. Mais nous pensons qu'il apporte deux réponses expérimentales claires aux deux questions particulières citées. Il pourra ainsi permettre d'améliorer les images que l'on peut se faire du mécanisme de dissipation dans les supraconducteurs de deuxième espèce. Nous proposons enfin une expérience d'effet Doppler sur les neutrons diffractés, qui est maintenant possible dans le cadre du réacteur à haut flux de l'Institut von Laue-Langevin, qui doit permettre de mesurer la vitesse V_L de déplacement du flux lors du transport de

courant.

C'est dans ce sens que nous contribuons, fort modestement, au lent travail de compréhension de la supraconductivité de deuxième espèce.

CHAPITRE I

SUPRACONDUCTEUR DE DEUXIEME ESPECE A L'EQUILIBRE THERMODYNAMIQUE

1. ORIGINE DE LA SUPRACONDUCTIVITE

La répulsion coulombienne qui s'exerce entre deux électrons peut être profondément modifiée par la présence du réseau des ions du métal sous-jacent, et des phonons qui l'agitent. Pour certains métaux à très basse température, l'interaction résultante électron-phonon-électron est attractive, au moins lorsque l'énergie des électrons est dans un domaine (de l'ordre de $kT_c \simeq 10^{-3} E_F$) au-dessus du niveau de Fermi E_F. Un tel mécanisme a été envisagé par Frölich [2] (1950) dans le prolongement des théories de Bloch [3] et perfectionné par divers auteurs [4] [5].

Cooper [6] a montré que, dès qu'il existe une interaction attractive (près de E_F) entre deux électrons, ceux-ci ont un état lié, d'énergie

$$E = 2E_F - 2\varepsilon \exp 2(-N_F V)^{-1} \qquad (1)$$

N_F est la densité d'états au niveau de Fermi,

V est la valeur moyenne de l'interaction attractive électron-électron.

Les électrons de la paire ont des vecteurs d'onde et des spins opposés. Pour exciter un électron, il faut briser la paire et fournir une énergie au moins égale à cette énergie de condensation. Il existe donc une bande interdite $2\Delta = 2\varepsilon \exp 2(-N_F V)^{-1}$ dans le spectre des excitations électroniques.

Du même modèle à deux électrons, on déduit l'extension spatiale moyenne de la paire

$$\xi = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\hbar v_F}{2\Delta} \qquad (2)$$

Si ces paires sont responsables de la supraconductivité, ce "rayon" jouera un rôle de longueur caractéristique importante dont nous reparlerons plus loin. Il est intéressant de remarquer sur ce modèle simple, que la perturbation V apportée à l'hamiltonien des deux électrons intervient de façon dramatique dans leur spectre d'énergie puisque $\exp 2(-N_F V)^{-1}$ n'est pas développable en puissance de V ce qui montre bien que la méthode d'approche de la théorie de la supraconductivité sort largement du cadre de la théorie des perturbations que l'on a tenté d'utiliser dans un premier temps.

Les paires ainsi imaginées par Cooper ne peuvent qu'obéir à la statistique de Bose-Einstein. Comme tous les Bosons, elles subissent une condenstation lorsque la température tombe au-dessous d'une température critique T_c. Ce modèle de "l'équilibre quasi-chimique" développé par Schafroth et coauteurs [5] conduit bien à un état superfluide des électrons, donc à une supraconductivité.

La généralisation de la théorie à deux électrons de Cooper dans le cadre du problème à N-corps a été faite par Bardeen, Cooper et Schrieffer [7] (B.C.S.). Quoique cette théorie laisse dans l'ombre le fondement du processus d'interaction et le rôle de l'attraction de Coulomb, elle décrit correctement au premier ordre l'état fondamental et le premier état excité. Mais les propriétés magnétiques ne sont pas déduites de façon rigoureuse. Bogoliubov [8] a traité le problème plus complètement et plus rigoureusement et Gor'kov [9] en a déduit les propriétés thermodynamiques dans les mêmes termes que la description phénoménologique de Ginzburg et Landau [10].

2. TRAITEMENT THERMODYNAMIQUE (G.L.)

Ginzburg et Landau ont développé leur raisonnement à partir de la théorie très générale des transformations du second ordre. Le paramètre d'ordre complexe $\psi(\mathbf{r})$ qu'ils introduisent est directement relié au potentiel de paires $\Delta(\mathbf{r})$ de la théorie B.C.S., qui traduit la corrélation entre les électrons de la paire, selon la démonstration de Gor'kov [9] :

$$\psi(r) = \Delta(r) \frac{\sqrt{7\zeta(3)}}{4\pi} \frac{N_F}{T_c} \qquad (3)$$

$\Delta(r)$ se ramenant à la demi-largeur de la bande interdite quand le champ extérieur est nul et que $\psi(r)$ ne dépend plus de r .

En absence de champ et près de la température de transition, on peut développer l'énergie libre par unité de volume

$$F_{so} = F_{no} + \alpha|\psi|^2 + \frac{\beta}{2}|\psi|^4 \qquad (4)$$

avec $\alpha \simeq A(T-T_c)$ $\quad A>0$

$\beta \simeq \beta_c$ $\quad \beta>0$

pour tout $T > T_c$ le minimum de F_s est obtenu pour $\psi = 0$: la phase normale est stable,
pour $T < T_c$ le minimum de F_s a lieu pour $\psi = -\frac{\alpha}{\beta}$

et $$F_{so} - F_{no} = -\frac{\alpha^2}{2\beta}$$

En présence d'un champ extérieur H_o, le champ magnétique local $h(r)$ et le paramètre d'ordre $\psi(r)$ sont en général fonction de r .
L'énergie libre volumique au point r s'écrit :

$$F_{sh(r)} = F_{no} + \alpha|\psi|^2 + \beta|\psi|^4 + \gamma|\vec{u}|^2 + \frac{\mu_o h^2}{2} \qquad (5)$$

$\frac{\mu_o h^2}{2}$ est l'énergie magnétique et $\gamma|\vec{u}|^2$ un terme d'énergie cinétique généralisé qui tient compte des variations spatiales de $\psi(r)$

$$\vec{u} = -i\hbar\vec{\nabla}\psi - q\vec{A}\psi \qquad (6)$$

L'expression de ψ a été choisie pour être invariante de jauge, en supposant que ψ se transforme comme une fonction d'onde (ce qui est confirmé par la théorie de Gor'kov qui donne $q = 2e - e$ étant la charge électronique.)

A T et H_o donnés, les distributions de $h(r)$ et $\psi(r)$ de l'équilibre thermodynamique sont celles qui rendent le potentiel thermodynamique du corps minimum.

$$G_J = \int_{Vol} G_{sh}\, d\tau = \int_{Vol} (F_{sh} - bH_o)\, d\tau \qquad (7)$$

Le moment magnétique global du supraconducteur

$$M(H_o) = \frac{1}{\mu_o V} \int_V (b - \mu_o H_o)\, d\tau \qquad (8)$$

(compté par unité de volume, même si $b(r) = \mu_o h(r)$ n'est pas homogène) étant négatif, on peut prévoir que, lorsque H_o augmente au-dessus d'un certain champ H_n, G_n devient inférieur à G_s et le corps devient complètement normal sous l'effet de la pression magnétique extérieure. A H_n :

$$G_S = F_{so} - \int_0^{H_n} b(H_o)\, dH_o = G_n = F_{no} - \int_0^{H_n} \mu_o H_o\, dH_o \qquad (9)$$

d'où
$$F_{so} - F_{no} = \int_0^{H_n} \mu_o M(H_o)\, dH_o \qquad (10)$$

qui est l'aire sous la courbe d'aimantation.

Cette relation sert à définir le champ critique thermodynamique H_c tel que

$$\frac{\mu_o H_c^2}{2} = \frac{\alpha^2}{2\beta} = F_{no} - F_{so} \qquad (11)$$

(Ces champs critiques étant de l'ordre de 1.000 Œ , les énergies de condensation sont très faibles : de l'ordre de 10^{-7} eV par atome).

En écrivant que le potentiel thermodynamique G_J est minimal à T et H_o constant pour des variations $\delta\psi$ (à A constant) et δA

(à $\vec{A}$ constant) on trouve les deux équations de Ginzburg et Landau

$$\begin{cases} \alpha\psi - \beta|\psi|^2\psi + \gamma\left(-i\hbar\nabla\psi - qA\psi\right)^2 = 0 \\ \text{rot rot } A = j = i\hbar\mu_0\gamma q\left(\psi\nabla\psi^* - \psi^*\nabla\psi\right) - 2\mu_0 q^2\gamma^2|\psi|^2 A \end{cases} \qquad \text{(GL)}$$

Si à présent nous supposons que $\psi(\vec{r})$ est constant, ce système devient

$$\begin{cases} \psi(\vec{r}) = \psi \\ \alpha\psi - \beta|\psi|^2\psi + \gamma q^2 A^2|\psi|^2 = 0 \\ j = -2\mu_0 q^2\gamma^2|\psi|^2 A = \text{rot rot } A \end{cases} \qquad (13)$$

La signification de cette dernière équation apparaît si l'on choisit la géométrie particulière d'un demi-espace supraconducteur ($z > 0$) à la surface duquel on impose un champ H_o parallèle à la surface.

$$\text{rot rot } h = -\frac{d^2h}{dz^2} = -2\mu_0 q^2\gamma^2|\psi|^2 h \qquad (14)$$

$$h = H_o \exp\left(-\frac{z}{\lambda}\right)$$

Le champ magnétique ne pénètre le supraconducteur que sur une épaisseur de l'ordre de λ avec

$$\lambda^2 = \frac{1}{2\mu_0 q^2\gamma^2|\psi|^2} \qquad (15)$$

Cette longueur de pénétration est celle trouvée par London (11) dans sa description électromagnétique qui, la première, a expliqué l'exclusion du flux magnétique par les supraconducteurs (effet découvert expérimentalement par Meissner et Ochsenfeld). La théorie microscopique donne les valeurs de $q = 2e$ et $\gamma = \frac{1}{8m}$ (e et m étant les charge et masse électroniques).

$$\lambda^2 = \frac{m}{\mu_0 |\psi|^2 e^2} \qquad (15bis)$$

Dans la formule de London, $|\psi|^2$ est remplacé par le nombre d'électrons supraconducteurs, ce qui exprime la signification très concrète du carré du module du paramètre d'ordre en un point.

Voyons à présent ce que donne la première des équations de GL si A = 0 (absence de champ $h(r)$).

$$\begin{cases} A = 0 \\ \alpha\psi - \beta|\psi|^2\psi - \gamma\hbar^2\Delta\psi = 0 \end{cases} \qquad (16)$$

si $\psi(r)$ est petit, on peut linéariser cette équation

$$\frac{\gamma\hbar^2}{\alpha}\Delta\psi = \psi \qquad (17)$$

et on introduit tout naturellement une longueur caractéristique des variations de $\psi(r)$

$$\xi^2 = \frac{\gamma\hbar^2}{|\alpha|} = \frac{\hbar^2}{8m|\alpha|} \qquad (18)$$

On retrouve ainsi que le paramètre d'ordre, qui caractérise le comportement supraconducteur, ne peut pas varier aussi rapidement que l'on veut et on peut relier cette propriété à la taille des paires de Cooper comme il a été fait au § 1.

A partir des coefficients α et β (et $\gamma = 1/8m$), on définit donc ψ_0 valeur constante du paramètre d'ordre en champ nul , H_c champ critique thermodynamique ; λ profondeur de pénétration du champ magnétique et ξ longueur de cohérence du paramètre d'ordre. Si l'on cherche à remplacer α et β en fonction des grandeurs H_c, λ , ψ_0 plus directement accessibles à l'expérience, on est amené à utiliser les variables réduites couramment utilisées dans la littérature. L'unité de longueur sera λ , celle de paramètre d'ordre ψ_0 ; celle de champ magnétique $\sqrt{2}\,H_c$ (d'où celle d'énergie libre $\mu_0 H_c^2$).

Nous noterons les variables réduites par un indice R sur chaque symbole, ou seulement à la fin de la relation.

$$\xi_R = \left(\frac{\hbar^2}{8m|\alpha|} \quad \frac{\mu_0 \psi_0^2 e^2}{m} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\kappa} \qquad (18R)$$

κ appelé paramètre de Ginzburg et Landau, caractérise les propriétés massives du supraconducteur puisque c'est le seul paramètre dépendant du matériau qui reste dans les équations réduites G.L.

L'énergie libre s'écrit :

$$F_{sh} = F_{no} - |\psi|^2 + \frac{1}{2}|\psi|^4 + |\vec{u}|^2 + h^2 \qquad (5R)$$

avec $$\vec{u}_R = -\frac{i}{\kappa} \nabla\psi - A\psi \qquad (6R)$$

En minimisant le potentiel thermodynamique, comme on l'a fait plus haut, on trouve les équations de G.L. réduites

$$\begin{cases} \psi - \psi|\psi|^2 = \left(-\frac{i}{\kappa}\nabla - A\right)^2 \psi \\ \vec{j} = \text{rot rot } A = \frac{1}{2\kappa}\left(\psi \nabla\psi^* - \psi^* \nabla\psi\right) - A|\psi|^2 \end{cases} \qquad (GLR)$$

avec la condition aux limites à la surface du supraconducteur

$$\vec{u}_\perp = \left(-\frac{i}{\kappa}\nabla\psi - A\psi\right)_\perp = 0 \qquad (19R)$$

La forme de j donnée par la deuxième équation rappelle l'expression quantique. Cependant $\psi(r)$ ne se comporte pas comme une vraie fonction d'onde puisqu'on n'a pas à exiger $\psi = 0$ à la surface. (19R) est la seule contrainte et elle entraîne seulement que $J_\perp = 0$

Si $\psi = f \exp(i\theta)$ on peut réécrire plus simplement

$$\vec{J} = f^2 \left(\frac{\nabla\theta}{\kappa} - A\right) \qquad (20)$$

Rappelons que toutes ces expressions sont construites pour assurer l'invariance dans le changement de Jauge

$$A' = A + \nabla w$$

$$V' = V - \frac{\partial w}{\partial t}$$

$$\psi' = \psi \exp(i \varkappa w)$$

Les conditions de validité de ces équations sont celles des équations locales : $\psi(x)$ et $h(x)$ doivent peu varier sur des distances de l'ordre de ξ_0 (taille des paires de Cooper $0{,}18 \frac{\hbar v_F}{k T_c}$) c'est-à-dire $\xi(T)$ et $\lambda(T) \gg \xi_0$. Cela sera toujours vérifié si l'on est assez près de T_c.

3. ENERGIE DE SURFACE

Soit une interface normal-supraconducteur (fig. 1) avec des conditions physiques à une dimension

$$h = h_z(x) \qquad \text{donc} \qquad j = j_y(x) = -\frac{dh_z}{dx}$$

à gauche, métal normal $(x \to -\infty\ ,\ h = h_c\ ,\ \psi = 0\ ,\ J = 0)$
à droite, supraconducteur $(x \to +\infty\ ,\ h = 0\ ,\ \psi = 1\ \ J = 0)$
En prenant une jauge $A_y = A(x)$ avec $A(+\infty) = 0$ compte tenu de (20), $\psi = f(x)$ est réel. A l'interface, sur une certaine épaisseur (fonction de λ et ξ) h décroît de h_c à 0 tandis que ψ croît de 0 à 1, en vérifiant les deux équations différentielles (à une dimension) :

$$\begin{cases} f - f^3 = -\frac{1}{\varkappa^2} f'' + A^2 f \\ A f^2 = A'' \end{cases} \qquad \text{(GLR')}$$

Si le corps est entièrement normal ($h = h_c$, $\psi \equiv 0$) ou bien entièrement supraconducteur ($h \equiv 0$, $\psi \equiv 1$), son potentiel thermodynamique ($H_e = h_c$, T) serait le même $\mathcal{G}_n = \mathcal{G}_s$. Avec une interface,

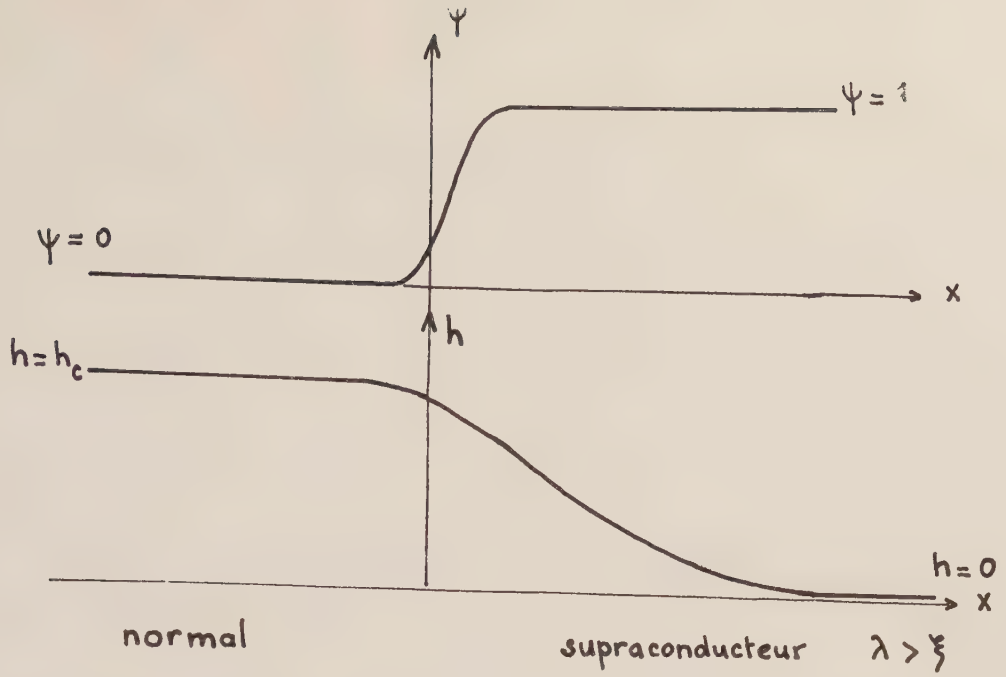


fig 1 Energie de surface

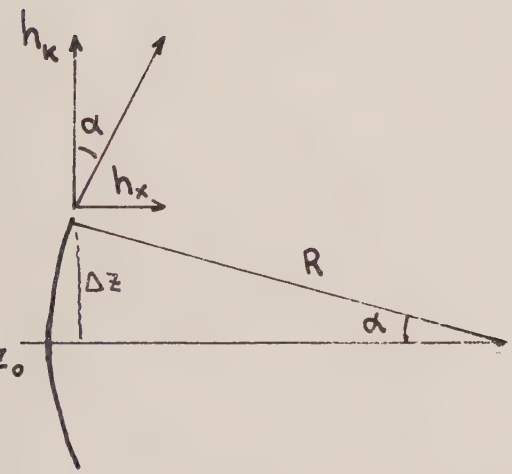


fig. 2a Courbure d'un tourbillon

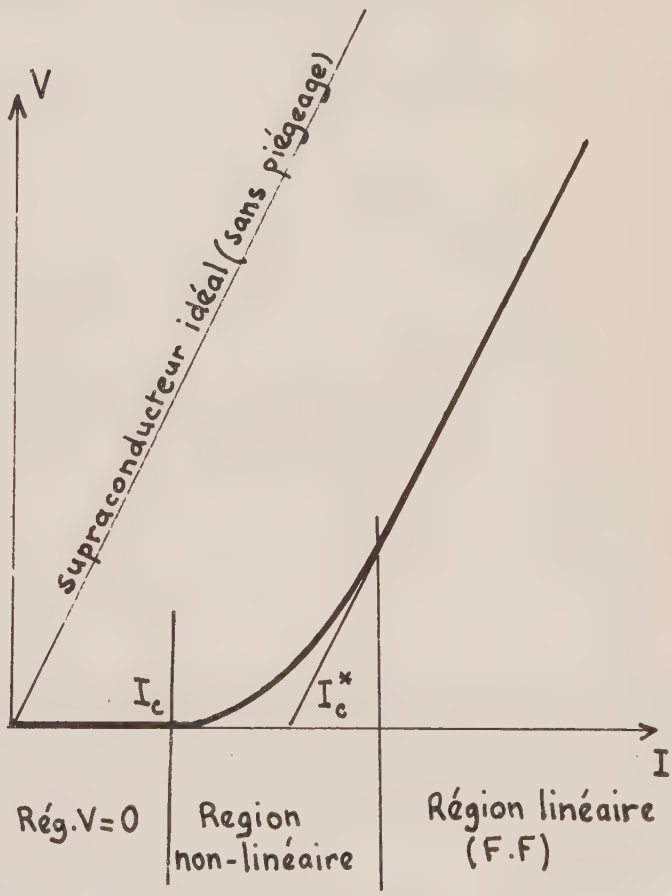


fig 2b les régions de la caractéristique V-I

$$G_{n/s} = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(F(x) - bh_c \right) dx$$

et l'énergie de surface par définition est la différence :

$$\sigma_{ns} = G_{n/s} - G_n = G_{n/s} - G_s$$

Compte tenu de (GLR'), on trouve que :

$$\sigma_{ns} = \lambda(T) \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{1}{2} (1-f)^4 - (h\sqrt{2} - h^2) \right] dx \qquad (21R)$$

apparaît comme la différence de deux contributions (positives), qui se trouvent être exactement égales pour $\kappa = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Dans le cas de la figure 1a, où le paramètre d'ordre croît plus rapidement que h ne décroît ($\lambda \gg \xi$, $\kappa \gg \frac{1}{\sqrt{2}}$) l'énergie de surface est négative. Du point de vue énergie libre magnétique on a intérêt à introduire de plus en plus d'interfaces (structure laminaire) pour que le flux magnétique soit distribué le plus uniformément possible. Si ξ est faible le découpage en lamelles est effectivement facile ($\sigma_{ns} < 0$). Si au contraire ξ est grand, le terme d'ordre devient prépondérant et introduit une sorte de résistance à découper l'ordre supraconducteur.

On voit ici le rôle déterminant de κ qui selon sa valeur classe le supraconducteur étudié dans ceux que l'on appelle de type I (ou de Pippard) si $\sigma_{ns} > 0$ ou dans ceux dits de type II (ou de London) pour lesquels $\sigma_{ns} < 0$.

Le champ H_{c2}

Si $\kappa > \frac{1}{\sqrt{2}}$ (type II), pour $H_o = H_c$ il existe une phase "mixte" plus stable que la phase entièrement normale (ou que la phase entièrement supraconductrice) puisque $G_{n/s}$ est inférieur à $G_n = G_s$. Bien entendu, cette phase mixte doit exister déjà avant H_c et se poursuivre au-delà, $\psi(r)$ devenant progressivement nul dans tout le volume pour $H_o = H_n$.

Pour déterminer ce champ de nucléation H_n, cherchons à partir de quel champ décroissant il existe des solutions au système (GLR) pour lesquelles $|\psi(x)| \ll 1$ mais non identiquement nul. A des termes du second ordre près en $|\psi|$, j = 0, h = $h_z = H_o$, $A_y = H_o x$. Le problème revient à résoudre l'équation linéarisée. Cherchons des solutions de la forme $\psi = f(x) \exp(iky) \exp(ipz)$

$$-\frac{d^2 f}{dx^2} + (\kappa H_o X)^2 f = (\kappa^2 - p^2) f \qquad (22R)$$

avec $$X = x - \frac{k}{\kappa H_o}$$

Si le milieu est infini f doit être borné. L'opérateur du premier membre n'est autre que celui de l'hamiltonien d'un oscillateur harmonique à une dimension, dont on connaît les valeurs propres. Pour qu'il y ait une solution il faut qu'une des valeurs propres $(2n+1)\kappa H_o$ égale $\kappa^2 - p^2$. A la valeur propre la plus faible et à p = 0 correspond le champ le plus élevé possible, soit H_{c2}

$$\kappa H_o = \kappa^2 \qquad H_{c_2} = \kappa \qquad (23R)$$

ou en variables réelles $$H_{c_2} = H_c \sqrt{2}\, \kappa \qquad (23)$$

qui est supérieur à H_c quand $$\kappa > \frac{1}{\sqrt{2}}$$

4. LES TOURBILLONS

41. Modèle de Abrikosov (12)

Au voisinage de H_{c2}, Abrikosov a calculé la forme de $\psi = f(x,y)$ (réel dans une jauge convenable) et de $h_z(x,y)$ supposés périodiques en x et y. f(x,y), qui est petit, reste défini à un facteur près qui dépend du champ extérieur (solution de l'équation linéarisée).

$$H_o = \kappa - \beta_A \frac{2\kappa^2 - 1}{2\kappa} \overline{f^2} \qquad h(x) = H_o - \frac{f^2}{2\kappa} \qquad (24R)$$

$\overline{f^2}$ signifie la moyenne de $f(x,y)$ dans tout l'échantillon. $\beta_A = \overline{f^4}/(\overline{f^2})^2$ est un facteur géométrique qui ne dépend que de la forme de la maille de ce réseau à deux dimensions (que l'on appellera V-réseau dans toute la suite).

Le moment magnétique est en $\overline{f^2}$

$$M = B - H_0 = \overline{h} - H_0 = -\frac{\overline{f^2}}{2\kappa} = \frac{\kappa - H_0}{(2\kappa^2-1)\beta_A} \qquad (R)$$

et le potentiel thermodynamique de cet état mixte formé de l'alternance régulière de parties normales (f = 0) et supraconductrices (f ≠ 0) est

$$G_m - G_n = \frac{(\kappa - H_0)^2}{(2\kappa^2-1)\beta_A} \qquad (25R)$$

Cette différence dépend de la symétrie du V-réseau par le terme β_A. G_m est minimum quand les points où f = 0 sont aux noeuds d'un réseau triangulaire équilatéral [13] pour $\beta_A = 1{,}16$. Les lignes à f = cste ou h = cste sont aussi les lignes de courant. Au voisinage de ces coeurs normaux, les lignes de courant sont circulaires. C'est ce qui fait appeler ces régions filiformes normales des tourbillons (de courant supraconducteur).

On peut prévoir qu'en diminuant le paramètre a_o du V-réseau, on diminue l'énergie libre car on régularise ainsi la répartition du flux magnétique. Une limite inférieure est cependant donnée par la quantification du flux. Sachant que $J = f^2\left(\frac{\nabla\theta}{\kappa} - A\right)$ (dans une jauge où A est régulier), la circulation de J/f^2 sur un contour de maille fermé, entourant un point f = 0, est nulle puisque j comme f est périodique. Le flux à travers la maille est donc

$$\Phi = \oint A.d\ell = \frac{1}{\kappa}\oint \nabla\theta.d\ell = m\frac{2\pi}{\kappa} = m\Phi_o \quad (m \text{ entier})$$

Φ_o est le quantum de flux dont la valeur est $\frac{h}{2e}$ ($2\ 10^{-15}$ Wb) en variables non réduites. Le côté a_o du triangle élémentaire près de H_{c_2} est donné par

$$H_{c_2} \cdot \text{Surface de la maille} = \kappa\frac{a_o^2\sqrt{3}}{2} = m\frac{2\pi}{\kappa} \qquad (26R)$$

la plus petite maille est obtenue pour m = 1

d'où $a_o = 2,7\ \xi(T)$

ϕ_o est relié à H_{c2} et à H_c par les formules

$$H_{c_2} = \frac{\phi_o}{2\pi\mu_o\xi^2}$$

$$H_c = \frac{\phi_o}{2\pi\mu_o\xi\lambda}$$

Du côté des champs faibles Abrikosov suppose que lapremière pénétration de flux à H_{c1} doit avoir lieu par tubes de flux isolés, à m quanta ϕ_o , analogue aux tourbillons de l'hélium : h(r), f(r), j = - dh/dr (lignes de courant circulaires), solution à symétrie cylindrique des équations G.L. avec les conditions aux limites, $h \to 0$ ($dh/dr \to 0$, $j \to 0$) et $f \to 1$ si $r \to \infty$.

On peut calculer $\mathcal{F}_m$ énergie libre du tourbillon par unité de longueur (comparée à l'état supraconducteur total, absence de tourbillon) par l'intégrale $\mathcal{F}_m = \int dS\ (F_{(x)} - F_{so})$.
Quand $\Delta G = \mathcal{F}_m - H_o B = \mathcal{F}_m - m\phi_o H_o$ est négatif, c'est-à-dire dès que :

$$H_o \geq H_{c_1} = \mathcal{F}_m / m\phi_o$$

un tourbillon, puis n tourbillons par unité de surface assez éloignés ($d \gg \lambda$) peuvent pénétrer l'échantillon ; la courbe d'aimantation doit présenter une tangente verticale à H_{c1}. Quand $\kappa \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$, $H_{c1} \leq H_c$ et avec m = 1 on a le H_{c1} le plus faible.

42. Modèle de London

Le cas limite $\kappa \gg 1$ ($\lambda \gg \xi$) est souvent pris comme modèle (même à T = 0). Pour $r \gtrsim \xi$, $f \equiv 1$ et h(r) obéit à l'équation linéaire de London avec une singularité centrale [14] :

$$\vec{h} + \lambda^2\ \mathrm{rot}\ \mathrm{rot}\ \vec{h} = \vec{\phi}_o\ \delta_2(\vec{x}) \qquad (27)$$

Comme en hydrodynamique l'écoulement est irrationnel (rot p_s=0) sauf sur une ligne de tourbillon singulière où toute la vorticité se trouve concentrée sur un rayon négligeable, ici de l'ordre de ξ. Le champ au coeur est de l'ordre de $2H_{c1}$.

L'énergie libre de ligne ($E_{mag.}+E_{cin}$) est :

$$\mathcal{F}_i = \int_{r=\xi}^{\infty} \frac{\mu_0}{2}(h^2+\lambda^2 j^2)\,dS \qquad \text{+ correction de coeur}$$

$$= 4\pi\xi^2\left(\frac{\mu_0 H_c^2}{2}\right)(\log\kappa+\varepsilon)$$

$$= \frac{\Phi_0^2}{4\pi\mu_0\lambda^2}(\log\kappa+\varepsilon) = \Phi_0 H_{c_1}$$

$$H_{c_1} = \frac{H_c}{2}\,\frac{\log\kappa}{\kappa} \qquad (28)$$

On peut superposer linéairement les écoulements et les champs de n tourbillons de centres r_i tant que leur distance reste grande devant ξ ; c'est encore une solution de l'équation de London $\vec{h} - \lambda^2\Delta\vec{h} = \sum_i \Phi_0\,\delta(r-r_i)$. Dans l'énergie libre (en h^2 et j^2), on retrouve n fois l'énergie propre $\Phi_0 H_{c_1}$ et des termes croisés ; ainsi l'énergie d'interaction de deux tourbillons en r_1 et r_2 est :

$$\mathcal{F}_{12} = \Phi_0\, h_2(r_1)$$

5. REVUE DES THEORIES DE L'ETAT MIXTE HORS DU DOMAINE DE G.L.

Le développement limité de Ginzburg et Landau est justifié par la théorie microscopique sous l'hypothèse $t=\frac{T}{T_c}\to 1$ qui impose à la fois Δ et gradΔ petits. Les extensions que l'on peut envisager ne peuvent se faire que par l'abandon d'une de ces hypothèses.

51. Développements au 2ème ordre en t-1

Au lieu de ne conserver que les développements au premier ordre en (t-1) de Δ et gradΔ on garde aussi les termes en $(t-1)^2$.

Cela permet une étude dans tout le domaine de champ compris entre H_{c1} et H_{c2} et dans tout domaine de pureté qui donne des termes correctifs aux fonctions h(r) et $\psi(r)$ pour un tourbillon isolé ainsi qu'aux valeurs de H_{c1} et de H_{c2} [15].

52. Variations lentes de $\Delta(r)$ et de h(r)

On ne considère plus la condition $T \to T_c$ mais seulement la condition de petitesse de gradΔ (compte tenu de l'invariance de jauge). Cela permet des développements en fonction de gradΔ en supposant que $\Delta(r)$ est quasi-constant. Cette hypothèse est valable en particulier entre les coeurs des tourbillons dans la limite $H \to H_{c1}$ ou $\Delta \simeq \Delta_0$ (valeur de B.C.S. du potentiel de paires en champ nul). On généralise ainsi la description de De Gennes [14] décrite au paragraphe précédent.

On trouve que $H_{c1}(T)$ peut toujours s'écrire

$$H_{c1} = \frac{H_c}{2} \frac{\text{Log}\,\kappa_3}{\kappa_3} \qquad \text{avec} \qquad \kappa_3(T) = \frac{2\sqrt{2}\,e}{\hbar} H_c(T) \lambda^2(T)$$

qui généralise la relation de GLAG, $H_c(T)$ et $\lambda(T)$ ayant les dépendances en température prévues par B.C.S.

Dans le même esprit Eilenberger et Büttner [16] étudient la structure d'un tourbillon isolé en résolvant les équations de Gor'kov en coordonnées cylindriques. Cela les amène à des expressions asymptotiques de $\Delta(r)$ et $\phi(r) = \int_r^\infty h(x)\, 2\pi x\, dx$ qui prévoient pour $\kappa < 1{,}7$ un comportement oscillatoire à longue distance qui malgré un amortissement rapide peut être responsable d'une interaction attractive entre tourbillons.

53. $\Delta(r)$ petit ; traitement approché

Pour une température quelconque, si $H \to H_{c_2}$, le potentiel de paire $\Delta(r)$ est solution de l'équation self-consistante

$$\Delta^*(r) = \int Q(r,\bar{r})\, \Delta(\bar{r})\, d\bar{r} - \iiint d\bar{r}\, d\bar{r}'\, d\bar{r}''\, R(r,\bar{r},\bar{r}',\bar{r}'')\, \Delta^*(\bar{r})\, \Delta(\bar{r}')\, \Delta^*(\bar{r}'')$$

Le champ H_{c_2} est déterminé à partir de la partie linéaire. Dans la limite "sale"[2] ($\ell \ll \xi$) le calcul approché de ce noyau $Q(r,\bar{r})$ se fait assez simplement [17] son domaine d'action étant petit devant ξ , et on aboutit à une description locale où la densité d'états au point r ne dépend que du potentiel de paire en ce point. Le champ H_{c_2} s'écrit $\kappa_1(T)\sqrt{2}H_c$ où $\kappa_1(T)$ dépend à présent de la température. L'énergie libre

$$G_m - G_n = \frac{(\kappa_1 - H_0)^2}{(2\kappa_2 - 1)\beta_A} \qquad (R)$$

$\kappa_2(T) \neq \kappa_1$ est, lui, relié à la pente de la courbe d'aimantation près de H_{c_2}. Quelque soit T, la forme du réseau de tourbillons est toujours déterminée par la valeur de β_A qui minimise $G_m - G_n$. A cause de la similitude des expressions, les conclusions restent les mêmes que celles d'Abrikosov.

54. Traitement non local

Si le libre parcours moyen n'est plus petit devant ξ le noyau $Q(r,\bar{r})$ a toujours un grand domaine d'action (même si $T \to T_c$) ; mais le calcul explicite de Q se conduit sans approximation et donne un résultat analogue au cas précédent [18]. On aboutit à une énergie libre valable pour tout ℓ et pour tout T

$$G_m - G_n = \frac{(\kappa_1 - H_0)^2}{(2\kappa_2 - \eta)\beta_A} \qquad (R)$$

$\kappa_1(T)$, $\kappa_2(T)$, $\eta(T) \simeq 1$. Là encore $\beta_A = 1,16$ minimise le potentiel thermodynamique et correspond au réseau triangulaire équilatéral.

Delrieu [19] étend ces raisonnements dans le cas $\kappa \simeq 1$ et l'aimantation $M \ll H_{c_2}$. Il calcule les coefficients de Fourier du développement à deux dimensions du champ magnétique qui nous seront bien utiles par la suite (voir Ch. IV).

Dans le cadre d'une telle approximation non locale, Mlle Dichtell [20] a entrepris de trouver la forme de h(r) autour d'un tourbillon isolé en utilisant un développement de la transformée de Fourier du noyau Q pour de petites valeurs de q. Pour des valeurs de $\kappa < 1,1$

le champ passe par un minimum négatif à la distance $r_o(K)$ du centre qui laisse prévoir l'interaction attractive des vortex à grande distance.

E.H. Brandt d'une part et B. Lix d'autre part, au Max Planck Institut à Stuttgart, recherchent d'autres explications à ces interactions attractives expérimentalement observées (23) (68) (70) (71).

55. Anisotropies

Toutes ces extensions supposent que la surface de Fermi est sphérique et que l'interaction électron-phonon est isotrope. Or les déterminations expérimentales de H_{c2} et du gap $2\Delta_o$ montrent une dépendance avec les directions cristallines. L'étude des surfaces de Fermi non sphériques conduit à introduire des masses tensorielles et de récents développements (21) conduisent à l'énergie libre

$$G_m - G_n = \frac{(\kappa_1 - H_o)^2}{(2\kappa_2 - 1)\beta_A + 1 + \eta} \qquad (R)$$

où $\kappa_2(T)$ et η dépendent de l'anisotropie. La variation de la forme de la relation $G(\beta_A)$ laisse supposer des directions cristallines parallèles à H_o pour lesquelles le réseau optimal n'est pas triangulaire équilatéral. Cette théorie laisse prévoir aussi une corrélation entre direction cristalline et direction du réseau de tourbillons.

En fait, pour les supraconducteurs de type II aucune théorie ne tient compte de l'anisotropie du couplage électron-phonon dont l'effet a pourtant été trouvé prépondérant dans les supraconducteurs de type I à couplage fort comme le Plomb (22). (A ma connaissance, un travail théorique est en cours sur cet aspect par Teichler au Max Planck Institut à Stuttgart).

6. PRINCIPALES METHODES EXPERIMENTALES

Le modèle d'Abrikosov comme les modèles plus élaborés prévoient, aussi bien près de H_{c1} que près de H_{c2} un réseau triangulaire équilatéral. Seul l'effet d'anisotropie de surface de Fermi peut modifier la

forme du V-réseau pour des supraconducteurs ayant un κ de l'ordre de 1 et pour des températures très faibles.

La première confirmation expérimentale mettant en évidence le réseau triangulaire est une expérience de diffraction de neutrons par le champ magnétique périodique [23]. On a ainsi observé la première réflection de Bragg pour un angle de diffraction de 10 à 15', avec des neutrons lents ($\lambda_N \simeq 4$ Å) on en déduit la distance $d = a_0 \frac{\sqrt{3}}{2}$ entre plans réticulaires. Une mesure simultanée de B permet de trancher entre un réseau carré ($B = \frac{\Phi_0}{a_0^2}$) et un réseau triangulaire ($B = \frac{2\Phi_0}{a_0^2\sqrt{3}}$). Ces expériences sont reprises et développées au Chapitre IV.

Plus récemment, Essmann et son équipe [24] ont obtenu une photographie directe du réseau de tourbillons. On dépose sur la surface de l'échantillon par laquelle sortent les lignes de flux, de très fines particules de fer ($r \simeq 50$ Å). Les figures sont observées sur une réplique par microscopie électronique. Le V-réseau est généralement polycristallin avec une taille des cristallites de l'ordre de 500 μ (environ un millier de tourbillons). Durant la réalisation de notre travail, en opérant sur des alliages de faible κ, on a observé par cette méthode une corrélation de l'orientation du V-réseau avec le réseau cristallin solide [74].

Du fait de l'inhomogénéité du champ magnétique à l'intérieur du supraconducteur, la raie de résonance magnétique nucléaire [25] s'élargit. La forme de la raie permet de mesurer le champ h aux points de la maille où le champ local passe par un extremum et permet de distinguer les maxima ou minima vrais des "çols" (points selle de cheval). Cela permet de trancher entre réseau carré ou triangulaire et d'amorcer une ébauche de la carte du champ dans la maille. Alors que la diffraction neutronique ne donne que le module relatif des composantes de Fourier de h(r), la RMN permet d'accéder à leurs valeurs absolues, mais ne peut donner que deux ou trois relations particulières entre elles puisqu'elle ne donne en fait la mesure du champ réel qu'en deux ou trois points seulement. Pour dresser complètement la carte du champ dans une maille, il est indispensable d'utiliser les deux méthodes simultanément sur le même échantillon.

CHAPITRE II

LE SUPRACONDUCTEUR DE DEUXIEME ESPECE HORS DE L'EQUILIBRE THERMODYNAMIQUE

1. DESCRIPTION PHENOMENOLOGIQUE

La forme des caractéristiques courant-tension est un des faits expérimentaux les plus élémentaires à expliquer dans le cadre d'une théorie du transport dans les supraconducteurs de deuxième espèce. Nous allons survoler les modèles théoriques proposés qui supposent tous que la dissipation est due au mouvement ordonné ou non des tourbillons. Ce mouvement doit avoir lieu sous l'action d'une force dont nous verrons d'abord l'origine. Puis nous examinerons les explications proposées pour les trois régions de ces caractéristiques V(I).

11. Force sur un tourbillon

L'énergie libre d'interaction de deux tourbillons (parallèles à Oz) situés en r_1 et r_2 est $\mathcal{F}_{12} = \Phi_0 h_1(r_2 - r_1)$ par unité de longueur, $h_1(r_2-r_1)$ étant le champ créé par le premier au coeur du second. Le potentiel thermodynamique correspondant $G = 2\Phi_0 H_{c_1} + \mathcal{F}_{12} - 2\Phi_0 H_0$ décroît quand la distance augmente. C'est pourquoi on dit que les deux tourbillons se repoussent, la force de répulsion par unité de longueur se calculant par

$$\vec{f} = -\overrightarrow{\text{grad}}\, G = -\text{grad}(\vec{\Phi}_0 \cdot \vec{h}_1) = -\vec{\Phi}_0 \wedge \overrightarrow{\text{rot}}\, h_1 = \vec{j}_1 \wedge \vec{\Phi}_0$$

où j_1 est le courant du premier tourbillon au coeur du second. On généralise cette formule en affirmant qu'un tourbillon se trouve soumis en r à une force $\vec{j}_1 \wedge \vec{\Phi}_0$ (par unité de longueur) chaque fois qu'en r, en absence du tourbillon considéré, il existe une densité de courant $j_1(r)$. Et cela même si j_1 est imposé par un générateur extérieur et non

seulement dû à la somme de courants tourbillonnaires produits par les vortex voisins. On remarque que l'équilibre thermodynamique collectif doit se traduire alors par l'annulation de cette force sur chaque vortex (si elle est seule à agir), c'est-à-dire que tous les tourbillons se déplacent et se déforment de telle façon que $j_l = 0$ au coeur de chacun.

Pour justifier cette généralisation, faisons le raisonnement suivant :

Soit une population de tourbillons de densité n(x,y). Etudions son énergie libre en tant qu'ensemble de "particules". Cela revient à rapporter les énergies libres à l'état supraconducteur sans tourbillon $F_s(T,0)$. La différentielle de l'énergie libre s'écrit :

$$dF_{(T,B)} = -S\,dT + \vec{H_o}\,d\vec{B}$$

où H_o est le champ créé au point (x,y) par les courants dont les causes sont extérieures à l'échantillon ; B est la densité de flux au point (x,y) proportionnelle au nombre de vortex $B = n\phi_o$

$$dF_{(T,B)} = -S\,dT + H_o\,\phi_o\,dn$$

pour tout système de particules on peut définir le potentiel chimique

$$\mu_v = \left(\frac{\partial F}{\partial n}\right)_T = H_o\,\phi_o$$

Si la population est en équilibre, c'est que μ_v est constant dans tout l'échantillon.

Un gradient de potentiel chimique représente une force agissant sur chaque tourbillon se trouvant au point considéré. Cette force prendra donc forcément la forme

$$-\text{grad}\,\mu_v = -\text{grad}\,\vec{H_o}\vec{\phi_o} = -\vec{\phi_o} \wedge \overrightarrow{\text{rot}\,H_o} = \vec{j} \wedge \vec{\phi_o}$$

où j(x,y) est la densité de courant électronique en (x,y).

Si une densité uniforme j traverse un réseau de tourbillons, la force par unité de volume vaut j x B et peut s'interpréter comme l'opposé du gradient d'une pression magnétique $B^2/2\mu_0$

$$J \wedge B = \frac{1}{\mu_0} \operatorname{rot} B \wedge B = - \nabla \left(B^2/2\mu_0 \right)$$

Cette force prend la même forme qu'une force de Lorentz d'où le nom qui lui est souvent donné.

Notons que j_1 peut résulter aussi de la courbure d'un tourbillon. Si on donne une faible courbure 1/R au point $z_0 + \Delta z$ d'une ligne, cela revient à introduire un petit h_x local tel que (fig. 2)

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta z}{R} = \frac{h_x}{h_K}$$

La densité de courant associée est donnée par l'équation de Maxwell

$$j_y = \frac{\partial H_x}{\partial z} = \frac{h_x}{\Delta z} = \frac{h_K}{R}$$

où h_K est le champ au coeur du vortex ainsi courbé.

12. Région de tension nulle

Supposons la géométrie expérimentale traditionnelle où l'on injecte un courant I_y dans une lame (plan xy), placée dans un champ magnétique continu perpendiculaire ($H_o \parallel z$). Si I_y est supposé réparti uniformément, cela se traduira par exemple par une courbure uniforme des tourbillons. La force prévue au paragraphe précédent pousse les tourbillons dans la direction x, ($f_x = j_y \Phi_o$) du côté où le champ $H_o \neq h(I)$ est le plus faible. On s'attend donc à un mouvement continu de flux dans cette direction, la perte d'énergie libre correspondante (travail de f) se retrouvant sous forme de chaleur.

Cependant on n'observe expérimentalement aucune dissipation, les tourbillons restant "piégés" tant que la densité de force jB est

inférieure à une valeur critique $j_c B$ [26]. On attribue la cause de ce piégeage à la présence de défauts cristallins inévitables (dislocations, inhomogénéités, lacunes, joints de grains...) qui créent des positions favorables pour les tourbillons, ces défauts pouvant être répartis dans le volume ou localisés sur la surface. Par exemple, si le piège est constitué par une sphérule normale de rayon a, une ligne de flux qui la traverse gagnera une énergie de l'ordre de $\phi_0 H_{c_1} a$. Dans le calcul du potentiel thermodynamique d'un tourbillon, il faudra ajouter un terme $\mathcal{F}_p(r)$ qui sera minimal sur le piège et de la forme Kr^2 au voisinage. D'où une force de rappel de piégeage - 2Kr s'opposant à la force appliquée $j \wedge \phi_0$.

13. Région non linéaire

$j_c B$ varie en fonction de la température selon une loi linéaire de la forme a-bT. Cela a suggéré un modèle [27] basé sur un processus d'activation thermique. Les tourbillons, individuellement ou par paquets du fait de la grande cohérence du V-réseau, peuvent sauter d'un piège à l'autre avec une probabilité de la forme $\exp(-U_p/kT)$, U_p étant la hauteur de la barrière de potentiel de piégeage à franchir. Une densité de courant uniforme j_y introduit un potentiel d'interaction avec ce courant de la forme $-\phi_0 j x$ qui en s'ajoutant au potentiel de piégeage $U_p(x)$ fait que la hauteur de la barrière s'abaisse du côté des $x > 0$ et permet des sauts plus nombreux dans cette direction. Ce processus porte le nom de Flux-Creep. La progression des lignes (ou paquets) de flux se fait à une vitesse V_L bien supérieure à la vitesse moyenne dans le temps qu'il est seul possible de mesurer par les caractéristiques V-I.

On peut aussi concevoir que certains tronçons plus faiblement piégés participent seuls à la dissipation, de grandes portions du V-réseau restant pratiquement immobiles [28]. Ces mesures électriques ne permettent d'accéder alors qu'à une moyenne spatiale de V_L le long de l'échantillon. (Comme ces mécanismes ont lieu aussi pour les plus faibles valeurs du courant, on peut prévoir que la frontière entre la région de tension nulle et la région non linéaire dépendra forcément de la sensibilité des appareils de mesure).

14. Région linéaire

Dans cette région, on imagine un écoulement visqueux continu des tourbillons (Flux-Flow). D'après un modèle très simple [29], les tourbillons suivent la plus grande pente de l'énergie libre à une vitesse d'ensemble uniforme V_L. La force motrice $J \wedge \phi_0$ équilibrant une force de frottement visqueux ηV_L et une force moyenne de piégeage indépendante de V_L.

$$F_p + \eta V_L = J \wedge \phi_0$$

Le taux de production d'entropie dans ce processus est conformément aux études de thermodynamique irréversible, le produit de la force motrice (gradient du potentiel chimique) par le courant de vortex $J_v = n.V_L$

$$- \text{grad}\, \mu_v . J_v = (J \wedge \phi_0).\, n V_L$$

$$= -(V_L \wedge n\phi_0) \cdot J$$

Tout se passe comme si le courant électronique j se déplaçait dans un potentiel électrochimique macroscopique $\vec{E} = - \vec{V_L} \times \vec{B}$ accessible au voltmètre de mesure. Ainsi, si les tourbillons se déplacent dans leur gradient de potentiel chimique, on mesurera une tension aux bornes de l'échantillon.

La pente $dE/dJ = \rho_f$ ou résistivité de Flux-Flow s'écrit :

$$\rho_f = B \frac{dV_L}{dJ} = \frac{B\phi_0}{\eta} = \frac{B^2}{n\eta}$$

Cette résistivité ne dépend que de la viscosité des vortex et non du piégeage. Ceux-ci caractérise au contraire l'abscisse à l'origine de la droite de flux-flow : J_c^* (fig. 25).

On constate expérimentalement que, si les courants critiques dépendent fortement de la concentration des défauts et des traitements de surface, la résistivité au contraire reste constante et représente (comme η) une propriété caractéristique du volume du matériau considéré.

Cette remarque permet d'envisager de traiter théoriquement le calcul du coefficient de viscosité η indépendamment du phénomène complexe qu'est le piégeage. L'objet des modèles microscopiques est de relier η (ainsi qu'un terme prenant en charge l'effet Hall) aux paramètres du corps normal τ et n_e (ou encore σ_n et $\omega_c \tau$).

La résistivité obéit à une loi du type $\rho_f = \rho_n f\left(\frac{T}{T_c}, \frac{B}{B_{c_2}}\right)$ qui, lorsque $T \to 0$, devient :

$$\rho_f = \rho_n \frac{B}{B_{c_2}}$$

où ρ_n est la résistivité normale. Tout se passe comme si les coeurs normaux contribuaient seuls à la résistance en proportion du volume qu'ils occupent : $\xi^2 / a_o^2 \simeq B/B_{c_2}$

2. MODELES MICROSCOPIQUES DU FLUX FLOW

Il existe essentiellement deux types de théories dont les domaines de validité sont disjoints.

- Les théories hydrodynamiques [30] [31] valables quand $T \to 0$ et $\kappa \gg 1$ (types II extrêmes), issues du modèle de London du tourbillon (Ch. I, § 42)

- La théorie de Caroli et Maki [32] issue de la description microscopique de Ginzburg , Landau et Gor'kov généralisée pour tenir compte des variations du paramètre d'ordre en fonction du temps. Cette théorie est valable pour tout type II et pour toute température mais pour $H_o \to H_{c2}$, lorsque le paramètre d'ordre est petit.

21. Théories hydrodynamiques

Bardeen-Stephen [30] et Nozières-Vinen [31] font la même hypothèse de départ : pour un échantillon idéal de type II extrême homogène et sans piégeage, on suppose que la présence d'un courant superfluide V_l uniforme à travers la structure d'Abrikosov provoque un mouvement d'ensemble de celle-ci à une vitesse V_L dite vitesse de ligne. Le mouvement

induit au niveau du coeur de chaque tourbillon des courants normaux qui dissipent de l'énergie et provoquent cette viscosité dont on a parlé au paragraphe précédent. (Quand les tourbillons sont piégés, le courant évite les régions normales et il n'y a pas dissipation). L'analyse de ce processus de dissipation permet de trouver la grandeur et la direction de V_L. Pour un même courant supposé réparti en densité uniforme $j_1 = j_y$ les deux modèles donnent la même composante V_{Lx} ; donc le même champ longitudinal

$$E_y = V_{Lx} B = j_n B \frac{1}{ne\omega_{c_2}\tau} = \rho_n \frac{B}{B_{c_2}} J_y$$

en accord avec les résultats expérimentaux.

Ces deux théories ne s'accordent par, par contre, sur le champ électrique transversal (effet Hall) et l'expérience d'ailleurs n'arrive pas à les départager.

22. Théorie microscopique

L'hypothèse de départ est l'existence d'un champ électrique constant (parallèle à Oy) dans l'échantillon, et on en déduira le mouvement des tourbillons et la valeur de la résistivité. L'invariance de jauge impose d'ajouter, dans les équations microscopiques de Gor'kov un terme de la forme $\frac{\partial}{\partial t} - \frac{2ie}{\hbar} V_{(y)}$ où $V_{(y)}$ est le potentiel électrostatique - Ey. L'étude du cas limite "sale" ($\ell \ll \xi_0$) se fait en généralisant la théorie statique de Maki [17] (Ch. I § 5c) à T quelconque mais pour $H \ll H_{c2}$. L'étude dans le cas de la limite propre se fait à la manière des théories statiques non locales [18] (Ch. I § 5d) dans ces deux cas extrêmes, les solutions sont de la forme :

$$\Delta_{(x,t)} = \sum_n C_n \exp -ikn(x + V_L t) \exp\left[-eH\left(y + \frac{kn}{2eH} + \frac{iV_L}{4eHD}\right)^2\right]$$

où k et les C_n dépendent de la forme du réseau de tourbillons et où $V_L = E/B$. Ceci montre que la structure d'Abrikosov [12] continue de décrire l'état du supraconducteur de type II si elle se déplace à la

vitesse de ligne V_L. A partir de là, on calcule les courant électroniques et thermiques. La densité de courant est la somme d'une contribution de l'état normal et d'une contribution due au mouvement des tourbillons.

$$J = J_n + J_s$$

j_s tendant vers zéro quand $H \to H_{c2}$

La résistivité prend la forme :

- limite sale $\frac{\rho_s}{\rho_n} = 1 - \frac{4\,\varkappa_1^2(0)}{(2\varkappa_2^2(t)-1)\,\beta_A}\left(1 - \frac{H}{H_{c_2}}\right)$

- limite propre $\frac{\rho_s}{\rho_n} = 1 - \frac{\rho_n}{4\pi\mathcal{D}\,(2\varkappa_2^2(t)-1)\,\beta_A}\left(1 - \frac{H}{H_{c_2}}\right)$

où $\mathcal{D}$ est un coefficient de diffusion calculé par la théorie et de l'ordre de $v_F \xi_0$.

C. Caroli et K. Mali font observer que les fluctuations du paramètre d'ordre sont quantifiées et que l'on peut en quelque sorte leur associer des "phonons" du V-réseau à deux dimensions. Dès lors, on peut faire une analogie prudente entre le mouvement désordonné de ces "phonons" qui, dans les champs E et B perpendiculaires, prend une composante d'entraînement à la vitesse $V_L = E/B$ et le mouvement désordonné de particules chargées, dans des champs E et B perpendiculaires qui prend une composante d'ensemble de cette même vitesse $V_\perp = E/B$ donnant naissance à l'effet Hall.

En fait cela ne fait qu'exprimer le fait que dans tout système où il existe des champs électrique et magnétique perpendiculaires, on peut toujours décrire les phénomènes de façon particulièrement simple dans un repère en mouvement uniforme à la vitesse E/B (dans lequel E disparaît). Cela représente d'autant moins de difficultés que le milieu étudié est supposé infini comme cela a été fait implicitement dans cette théorie.

3. TENTATIVES DE MISE EN EVIDENCE EXPERIMENTALE DU FLUX FLOW

Les modèles proposés expliquent la résistivité des supraconducteurs de deuxième espèce, mais beaucoup moins bien l'effet Hall et les effets thermomagnétiques. On note en effet un changement de signe inexpliqué de ces deux effets [33] [34] qui ne peut être pris en compte par aucun de ces modèles. Mais de telles vérifications expérimentales sont très indirectes et leur discussion assez délicate : par exemple, on ne connaît en général pas très bien les conditions d'isolation thermique qui peuvent faire régner à l'intérieur des échantillons, ou près de leur surface, des gradients de température dont les conséquences peuvent être prépondérantes.

Il est donc apparu nécessaire à divers auteurs de mettre directement en évidence ce mouvement des tourbillons. Nous allons passer en revue certaines de ces tentatives pour "voir" ce déplacement et mesurer la vitesse.

31. Le "transformateur" de Giaever [35]

Dans cette expérience, on prend un film d'étain de quelques centaines d'Angström d'épaisseur, supraconducteur de deuxième espèce dans ces épaisseurs-là, (appelé primaire) on dépose par évaporation une couche isolante de SiO_2 d'épaisseur 100 à 200 Å, puis une nouvelle couche d'étain aussi fine que possible (environ 500 Å) qui constitue le secondaire. Pour $T < T_{cp}, T_{cs}$, dès que le courant injecté dans le primaire dépasse la valeur critique, il apparaît une tension dans le secondaire. Par contre, si $T_{cp} < T < T_{cs}$ aucune tension ne se manifeste.

L'interprétation donnée est que les deux films étant très proches (distance inférieure à λ) les vortex créés dans le primaire se prolongent par continuité dans le secondaire. Un mouvement de ceux-ci provoqué par la force d'entraînement $J \wedge \phi_0$ du primaire entraîne par continuité du flux les vortex du secondaire qui, de par leur mouvement, crée une tension égale (même induction, même vitesse) au secondaire. L'égalité des tensions ne se vérifie pas dans un grand domaine car les échantillons chauffent et transitent (on travaille très près de T_c)

en particulier on n'atteint jamais la partie linéaire. Solomon a fait la même expérience sur les supraconducteurs de première espèce dans l'état intermédiaire.

La seule condition que l'on puisse retenir de façon certaine est que du fait de la proximité du secondaire, toute déformation ou perturbation du réseau de vortex causée par le courant est induite de façon égale dans le secondaire (tant que celui-ci est supraconducteur et peut accueillir des tourbillons). Si donc on imaginait un autre mécanisme de dissipation que le mouvement du flux mettant en jeu une modification de la structure du champ, il serait aussi transmis dans le secondaire avec les mêmes effets. D'autre part, cette expérience ne permet pas de mesurer la vitesse de déplacement.

32. Expérience de Pearl (36)

Le principe de l'expérience est de déplacer un aimant permanent de petite taille devant une lame de plomb supraconducteur de première espèce dans l'état intermédiaire. En déplaçant l'aimant transversalement les tubes de flux entrent en mouvement en suivant l'aimant et il apparaît aux bornes une tension proportionnelle à la densité de flux créée par l'aimant et à sa vitesse de déplacement V_A.

En supposant que les mécanismes sont les mêmes pour les "type II" que pour les "type I", cette expérience prouverait que si les lignes de flux se déplacent, il y a dissipation (ce que développe la théorie hydrodynamique) et non pas que le passage du courant provoque le mouvement. (De même que l'expérience de Rowland prouve que des charges électrostatiques en mouvement ont les mêmes effets magnétiques qu'un courant et non pas la réciproque : qu'un courant électrique est constitué par des charges en mouvement).

De plus, Meincke fait observer que dans cette expérience, la tension n'est pas obligatoirement due au mouvement des tubes de flux, mais au fait que les supraconducteurs en général sont très fortement magnétorésistants. Un échantillon magnétorésistant normal, donc sans tourbillon, comme le bismuth montre le même phénomène et la tension est aussi

proportionnelle à B et V_A. Même l'effet réciproque qui verrait se déplacer l'aimant lorsqu'on injecterait un courant dans la lame (et qui n'a d'ailleurs pas été observé) se produirait avec un matériau magnétorésistant. En définitive, cette expérience ne donne rien de plus que la mesure de la résistivité.

33. Analyse du bruit

On suppose que la création au hasard des tourbillons et leur transit à travers l'échantillon sous l'influence de la force d'entraînement $J \wedge \phi_0$ donne naissance à un bruit basse fréquence. Ce bruit est mesuré aux bornes des fils de prise de tension continue du montage classique de mesure des caractéristiques courant-tension. Ces prises de tension sont distantes de l et l'échantillon a une largeur w.

Van Gurp [37] fait les hypothèses suivantes :

a) Le flux se déplace par paquet de grandeur ϕ. Ces paquets sont créés d'un côté de l'échantillon et annihilés de l'autre par interaction avec le vortex image et le courant de diamagnétisme qui règne très de la surface. Aucun flux n'entre et ne sort de l'échantillon.

b) La dissipation n'a lieu ni lors de la création, ni lors de la disparition donc pas de tension lors de ces phénomènes. Elle apparaît seulement pendant le transit du paquet ce qui se traduit par une impulsion V(t) de durée τ. La forme de cette impulsion est inconnue, mais elle est supposée telle que $\int_0^\tau V(t)\,dt = \phi$. S'il y a N paquets générés au hasard dans l'unité de temps, on retrouve la tension continue $N\phi$.

c) Faisant des hypothèses sur la forme de l'impulsion de tension (carrée, triangulaire ou sinusoïdale...), l'auteur calcule théoriquement les spectres de bruit. Tous présentent la même allure décroissante avec la fréquence et permettent de définir une fréquence de coupure $f_c = \frac{1}{\tau}$. La valeur absolue du bruit à fréquence nulle

$$\langle V^2 \rangle_{f=0} = 2\,\phi\,V_{dc}\,df$$

donne la taille du paquet. Bien sûr, les paquets ne sont pas tous identiques en taille et vitesse et ce ne sont que des valeurs moyennes qui sont accessibles.

Cette méthode permet en mesurant f_c, c'est-à-dire τ de le comparer avec le temps prévu par la théorie du flux flow
Même pour la forme la plus favorable, il y a un large désaccord qui est attribué au piégeage : on suppose qu'une fraction p du flux reste piégée (c'est, là aussi, une valeur moyenne et cela peut même se traduire par l'existence de parties allant très lentement [28]) de ce fait, le nombre de lignes participant au mouvement est $B(1-p)/\phi_o$ et la vitesse réelle de transit $V_T = E/B(1-p)$ et donc

$$\tau = \frac{w B(1-p)}{E} < \tau_{FF}$$ auquel on s'attendait.

De ce fait, la mesure de τ ne peut constituer un test pour les modèles de flux flow ; elle ne fait que déterminer ce coefficient de piégeage p et ainsi insiste sur la grande inhomogénéité des vitesses (surtout loin de H_{c2} et de T_c).

En mesurant le bruit à fréquence nulle, on détermine la taille des paquets : ϕ . On trouve que cette taille diminue lorsqu'on se rapproche de H_{c2} (c'est pourtant dans ce domaine que le V-réseau est le plus cohérent) et quand I augmente fortement et on arrive à ce résultat paradoxal que moins le piégeage est influent plus le mouvement se fait de façon individuelle et plus le V-réseau se disloque au point, dit l'auteur, de donner une structure amorphe. Il nous semble au contraire que plus le piégeage est faible et plus les forces considérables de cohésion du V-réseau sont efficaces pour empêcher son morcellement. C'est une des raisons qui nous a incité à voir comment le V-réseau se déforme sous l'influence d'un courant et les résultats que nous développons au Ch. IV sont en contradiction avec les conclusions de Van Gurp.

Le calcul exact de la forme des impulsions V(t) a été ébauché par Park et précisé par Clem [38]. Il montre nettement que la forme des spectres et surtout f_c dépend de paramètres divers et non prévus par la

théorie initiale, comme la taille des contacts et la distance des fils de prise de tension. Cela vient considérablement compliquer le dépouillement de cette expérience déjà très indirecte. De plus, si le réseau se déplace dans son ensemble, on ne peut plus parler d'émission de tourbillons au harsard. Il faut faire intervenir une fonction de corrélation fort mal connue et les spectres de bruit n'ont plus les mêmes valeurs absolues ce qui fausse l'interprétation de la grandeur des paquets. Et puis, un autre mécanisme de dissipation pourrait bien donner un bruit qui ressemble aussi bien à celui qui est réellement observé.

34. Les Jets atomiques

(39) Bien plus directe est la méthode préconisée par Brown et King qui étudie la probabilité de transition entre deux états hyperfins d'atomes de potassium. Le faisceau d'atome qui a un très large spectre de vitesse passe au voisinage immédiat d'une lame de Vanadium dans l'état mixte. Les atomes voient ainsi un champ magnétique périodique dans le temps, qui induit des transitions entre les niveaux considérés. Cela peut être exprimé en terme de vecteur du réseau réciproque $\vec{q}_{hk} \cdot \vec{V}_A = \omega_{12}$. Pour chaque vitesse V_A qui remplit ces conditions, il y a un pic dans la probabilité de transition. Au plus petit vecteur réciproque q_{10} correspond la plus grande vitesse. Si on injecte un courant dans le supraconducteur et que les tourbillons entrent en mouvement, c'est la vitesse apparente des atomes par rapport aux tourbillons qui interviendra :

$$\vec{q}_{hk} \cdot (\vec{V}_A \pm \vec{V}_L) = \omega_{12}$$

et cela doit provoquer un glissement du spectre dont le sens dépend du sens du courant, tout comme un effet Doppler.

Ce glissement est bien observé, mais il donne des vitesses V_L 1.000 fois plus grandes que celles que laisserait prévoir la loi

$$\rho_f = \rho_n \frac{B}{B_{c_2}}$$

Cependant, on peut faire un certain nombre de remarques sur la façon dont sont exploités les résultats de cette expérience.

a) Le Vanadium est dans un champ très faible (inférieur à 5 Oe). Cela est rendu nécessaire pour la technique de détection magnétique des jets. Mais à ces faibles valeurs de champ, il est bien possible que les tourbillons ne soient pas dans l'état mixte traditionnel, mais plutôt dans un état intermédiaire-mixte comme on observe dans le Niobium à faible champ (voir Ch. IV). La distance gigantesque mesurée entre tourbillons (60.000 Å) est surprenante.

b) Une évaluation peut-être simpliste, car nous manquons d'éléments pour être plus précis, semble montrer que le premier pic, le plus intense, qui correspondrait à q_{10} n'est pas observé car il correspond à des vitesses plus grandes, qui ne figurent pas dans le faisceau utilisé. Le premier pic observé serait en fait le troisième. De ce fait, il est possible que l'évaluation du glissement ait été surévaluée par confusion entre l'ordre des pics.

c) Les auteurs n'insistent pas sur l'échauffement des échantillons en présence du courant (ils opèrent obligatoirement dans le vide) qui pourrait avoir des effets importants. On peut en effet se demander s'il est légitime de comparer entre elles des courbes tracées respectivement à 4,2 et 5°K.

d) D'autre part, les mesures électriques effectuées, qui donnent une résistivité de flux flow indépendante de B sont surprenantes, et en contradiction avec ce modèle même.

Ces expériences sont riches en promesses mais ne donnent aucune réponse actuelle au problème. On peut se demander si elles seraient assez sensibles pour mesurer des vitesses 1.000 fois plus faibles que celles qu'elles ont évaluées.

35. Détection Josephson

Le courant Josephson (de quelques mA) passant entre une pointe fine et une lame supraconductrice est modulé par le défilement des

tourbillons qui se déplacent dans le volume de l'échantillon. C'est cette propriété qui est utilisée par Baixeras et Pech [40]. Le dispositif est testé dans une situation où l'on est assuré que ces tourbillons se déplacent, c'est la pénétration et l'expulsion de flux sous l'influence d'un champ extérieur variable. La lame est en Niobium, comme la pointe, et on observe à l'oscilloscope une modulation du courant de Josephson à une fréquence de l'ordre de 1.000 Hz au point considéré, comme attendu selon un modèle simple. Cette fréquence varie bien proportionnellement à la vitesse de variation dH_o/dt.

Cela étant, on change la nature de la lame (Nb-25 % Zr) et on fait passer du courant continu. On voit aussi des oscillations au courant Josephson ; très irrégulières dans la partie non linéaire, puis plus régulières dans la partie linéaire, alors que leur amplitude diminue.

La mesure exacte de la vitesse V_L reliée à la fréquence de défilement f_d par

$$V_L = d \cdot f_d$$

est très approximative tant que l'on ne fait pas une analyse spectrale du signal Josephson. On se rapprocherait alors des mesures de Bruit [37]. On ne sait pas non plus exactement le d qu'il faut prendre car on ne sait pas comment se place le réseau par rapport à la direction du déplacement (un facteur 2 ou 3 peut facilement ainsi s'introduire). Notons que la vitesse V_L ainsi mesurée est une moyenne sur la taille du contact (50 μ) qui est très grande devant la distance intertourbillon (0,1 μ) mais ponctuelle vis-à-vis de la lame utilisée. Les fréquences mesurées sont 10 fois plus faibles que la fréquence attendue (qui malheureusement ne tombe pas dans la bande passante de l'appareil de mesure utilisé) et cela est interprété par le fait que l'on détecte en fait le passage des paquets de tourbillons de taille 10 d environ plutôt que les tourbillons individuels.

Cette mesure peut être améliorée par analyse spectrale, augmentation de la fréquence détectable et, si possible, diminution de la taille de la pointe. Le choix d'un échantillon ayant une vitesse de ligne plus

faible (Nb pur par exemple) donnerait des fréquences plus basses. La parenté avec les mesures de bruit est certaine et le dépouillement se heurtera aux mêmes difficultés sur la connaissance des fonctions de corrélation notamment.

36. Résonance magnétique nucléaire

La raie d'absorption de RMN dans un supraconducteur de 2ème espèce est élargie à cause de la périodicité spatiale du champ et la forme de la raie donne des indications précieuses en régime statique [25] (voir § 16). Cette méthode peut être utilisée en présence d'un courant. Si les tourbillons se meuvent, les atomes résonants ne voient plus qu'un champ uniforme et la raie RMN doit s'affiner et retrouver la largeur qu'elle a en champ homogène ($H_o > H_{c2}$). De plus si V_L n'est pas trop grand, on doit voir naître des raies satellites dont l'écart avec le fondamental est fonction de V_L. L'amplitude de ces satellites est malheureusement très faible. J.M. Delrieu [41] a observé cet affinement sur un ruban de Pb 25 % Tl dont l'épaisseur est de l'ordre de grandeur de la profondeur de peau à 9 MHz, mais ne voit pas de raies satellites qui lui donneraient la vitesse moyenne dans le temps et le volume de l'échantillon.

On conclut donc à l'existence d'un mouvement, mais qui pourrait fort bien être vibratoire ou conséquence de fluctuations. La seule chose certaine est que l'amplitude de ce mouvement est supérieure à la distance entre tourbillons. La mesure espérée de la vitesse devrait donner une indication claire sur la nature du mouvement, à condition de connaître la projection de la distance intervortex dans la direction de déplacement comme dans les mesures de Baixeras [40]. (Il faudrait faire une diffraction de neutrons ou une visualisation pour avoir ce renseignement et donc disposer d'un échantillon de gros volume ce qui est contradictoire avec la faible épaisseur requise par la RMN).

Il est à noter que le fait d'ajouter la haute fréquence nécessaire à la RMN modifie les propriétés de piégeage et risque de compliquer la compréhension simple du flux flow proprement dit.

4. REFLEXIONS SUR LES MODELES

41. La force de Lorentz et la répartition du courant

La notion de piégeage des tourbillons en certains points particuliers du volume ou de la surface, et le modèle de mouvement du flux permettent d'expliquer à peu près quantitativement la résistivité des supraconducteurs. Aucun autre modèle aussi simple n'existe. Cependant il nous faut faire un certain nombre de remarques sur la notion de force d'entraînement [42] (dite force de Lorentz). Cette force est parfaitement justifiée thermodynamiquement dans un certain nombre de cas :

Par exemple, pour deux tourbillons, seuls, dans un supraconducteur infini, le calcul de l'énergie libre du corps et de ces deux tourbillons rigides, se fait facilement en fonction de la distance d de ces deux vortex et on trouve par unité de longueur de ligne, dans la description de London [14] (Ch. I, § 42)

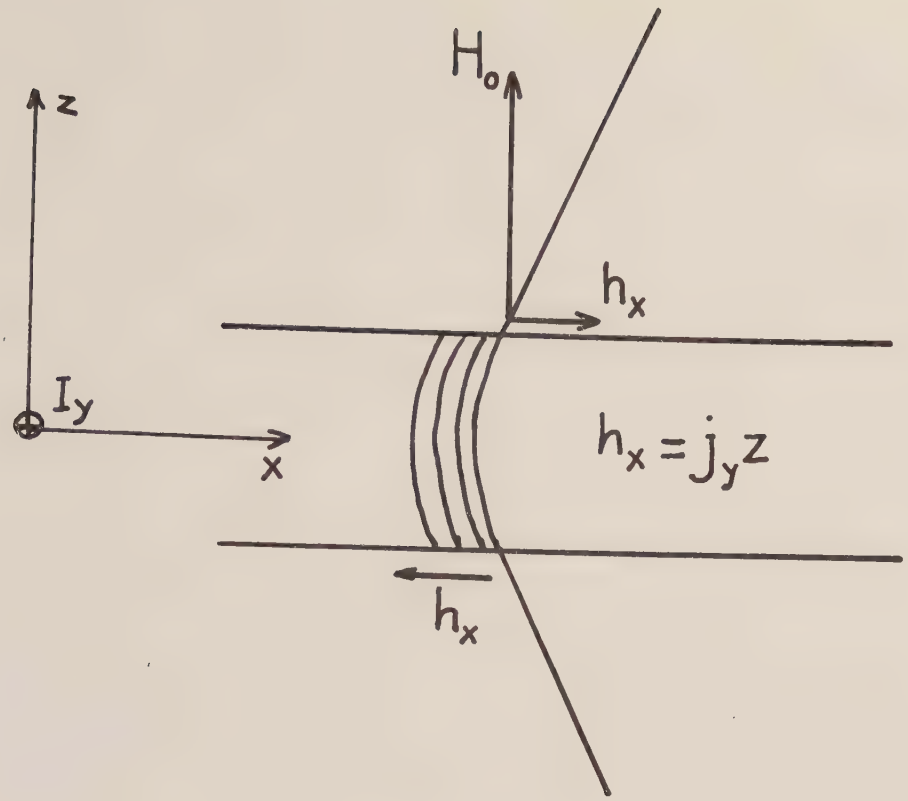
$$\mathcal{F} = \mathcal{F}_0 S + 2\mathcal{F}_1 + \frac{\Phi_0^2}{2\pi\mu_0\lambda^2} K_0\left(\frac{d}{\lambda}\right)$$

($\mathcal{F}_0$ est l'énergie libre par unité de volume du supraconducteur seul, et $\mathcal{F}_1$ l'énergie libre de l'unité de longueur d'un tourbillon seul). K_0 est la fonction de Bessel modifiée d'ordre zéro. C'est une fonction décroissante de d. Cela signifie bien que l'énergie est d'autant plus faible que les tourbillons sont plus éloignés. Ceux-ci ont tendance à se repousser avec une force

$$\vec{f}_1 = -\,\mathrm{grad}\,\mathcal{F}_{12} = \vec{j}_2 \wedge \vec{\Phi}_0$$

j_2 étant le courant que crée le deuxième tourbillon au coeur du premier.

De même, si on considère un vortex libre en présence d'une assemblée de tourbillons fixes, on peut étudier l'énergie libre de l'ensemble en fonction de la position du vortex mobile. Là, on trouve même, en général, une position d'équilibre pour laquelle la résultante des courants produits par tous les tourbillons fixes est nulle.



brisure des lignes de flux assurée par le courant de surface

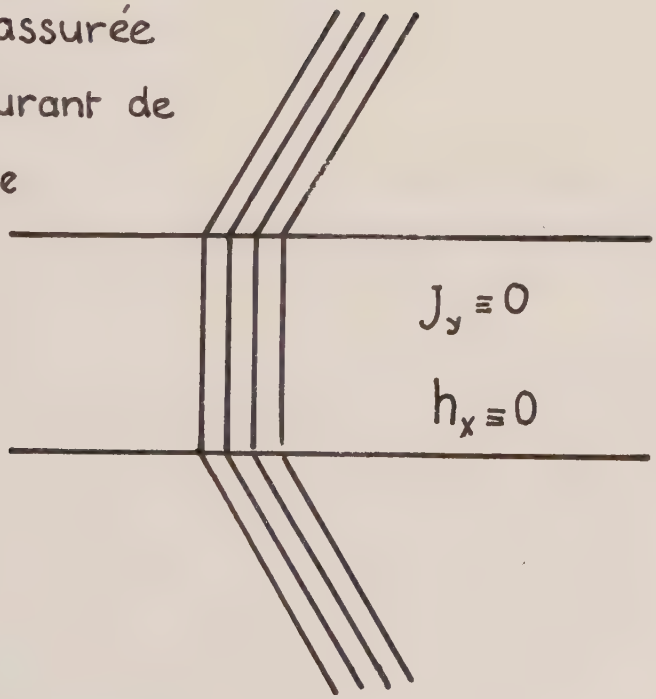


figure II-2

Si l'on considère un tourbillon isolé près de la surface du supraconducteur, la prise en compte des conditions aux limites du paramètre d'ordre et des courants Meissner reviendra à écrire une force de répulsion entre le tourbillon et son image dans la surface. De même, si un tourbillon est courbé, sa longueur étant plus grande, son énergie libre est plus grande que lorsqu'il est rectiligne. Si de plus sa courbure est constante, on peut dire qu'il est dans une densité de courant uniforme et la force de rappel de redressement s'écrit encore

$$f \sim \phi_0$$

Dans l'expérience de pénétration du flux dans le tube creux de Kim et coauteurs [43], du fait de la différence de valeur du champ magnétique à l'intérieur et à l'extérieur du tube, on conçoit très bien qu'il y ait une force obligeant les tourbillons à pénétrer dans la région où le champ est le plus faible. Cette pénétration, en égalisant le champ, contribue à diminuer l'énergie libre $\mathcal{G}$ de l'ensemble.

Dans l'état intermédiaire des supraconducteurs de première espèce, le mouvement par sauts désordonnés des tubes de flux, tel qu'il est vu par les techniques de couches magnétosensibles (effet Faraday) peut s'expliquer aussi par une minimisation instantannée de l'énergie libre $\mathcal{G}$ qui tient compte de la position de tous les tubes de flux.

Dans tous ces cas, on voit clairement la nécessité thermodynamique de la force sur le tourbillon et que le travail de cette force a pour effet de diminuer l'énergie libre globale du système.

Par contre, il n'en est plus de même lorsque les tourbillons ont un arrangement parfaitement périodique et que le courant est imposé par un générateur extérieur. On peut alors calculer le potentiel thermodynamique du supraconducteur avec ses tourbillons, le courant et le champ magnétique extérieurs. Ce calcul peut se faire en fonction de la position de tous les tourbillons disposés en réseau d'Abrikosov. Si on effectue une translation du réseau correspondant à sa période dans le sens du déplacement, on obtiendra obligatoirement la même énergie libre. Le déplacement envisagé, qui n'a rien fait changer du point de vue thermodynamique, ne permet plus d'introduire la force à partir de la notion d'énergie libre.

Cependant, on peut chercher à minimiser ce potentiel thermodynamique, non pas en déplaçant le réseau mais en modifiant la répartition du courant. Par exemple, une densité de courant uniforme correspond soit

a) à une courbure générale des tourbillons, soit
b) à une distribution non uniforme des tourbillons.

Mais on sait que

a) des tourbillons courbés ont une énergie plus grande que des tourbillons droits,
b) une densité de flux inhomogène a une énergie magnétique supérieure à une densité homogène.

La distribution de courant qui minimise l'énergie libre doit donc

a) laisser les tourbillons droits
b) laisser le paramètre du réseau d'Abrikosov constant dans tout l'échantillon.

Cette distribution est donc telle que le champ qu'elle crée à l'intérieur du supraconducteur est identiquement nulle partout dans le volume (fig. II,2). Cela correspond à l'effet Meissner qui est parfaitement décrit par la distribution de London du courant de surface. Ce courant assure la brisure des lignes de flux au passage de la surface comme le montre la figure II,2 et assure ainsi le raccordement aux conditions aux limites du champ extérieur total : c'est effectivement ce que nous vérifions au chapitre III.

Mais ce n'est que lorsqu'on n'a pas dissipation que ce principe de minimisation d'énergie libre est applicable. Dans les cas où il y a dissipation, dans l'effet Joule pour un conducteur normal par exemple, la répartition du courant est donnée par la minimisation du taux de production d'entropie $\frac{\partial S}{\partial t}$. Mais dans cet exemple, la variation d'énergie libre due à la répartition du courant est négligeable. Dans le supraconducteur avec dissipation, cette deuxième loi ne pourra pas intervenir seule et il faudrait minimiser une fonction qui fasse intervenir à la fois l'énergie libre et le taux de production d'entropie. Si on essaie une combinaison linéaire, les dimensions nous imposent, selon une forme suggérée par P. Aigrain :

$$\Delta \mathcal{F} + \tau T \frac{dS}{dt}$$

où τ est un temps caractéristique du matériau et de la géométrie considérée. Pour évaluer un ordre de grandeur de τ prenons un exemple particulier : soit une lame d'épaisseur e (selon z), de largeur w (selon x) avec des prises de tension distantes de b (selon y). Calculons la différence $\Delta \mathcal{F}$ provoquée par la répartition de courant en volume comparée à la répartition en surface. Les tourbillons ont un rayon de courbure R relié à la densité de courant j par

$$J = \frac{H_K}{R}$$

H_K est lé champ au coeur que nous prendrons égal à $2H_{c1}$ (théorie de London des tourbillons isolés). L'allongement $\Delta \ell$ d'un tourbillon est :

$$\Delta \ell = 2R\alpha - e \qquad \text{(Fig. II,3)}$$

avec $\sin \alpha = \frac{e}{2R}$

$$\Delta \ell = 2R(\alpha - \sin\alpha) \simeq 2R\left(\alpha - \alpha + \frac{\alpha^3}{6}\right) = \frac{R\alpha^3}{3}$$

La variation d'énergie libre est donc $\phi_0 H_{c_1} \Delta \ell$ pour 1 tourbillon et $B w b H_{c_1} \Delta \ell$ pour l'ensemble des tourbillons contenus dans la zone entre les prises de tension. (On a supposé que la courbure étant la même pour tous ne modifiait pas l'énergie d'interaction).

$$\Delta \mathcal{F} = B H_{c_1} w b \frac{R\alpha^3}{3} = B H_{c_1} \frac{wb}{3} \frac{e^3}{8R^2}$$

$$= \frac{B H_{c_1}}{4 H_{c_1}^2} \frac{wb}{24} e^3 J = \frac{B}{H_{c_1}} \frac{we}{b} \frac{I^2}{96}$$

D'autre part $T \frac{dS}{dt} = \frac{dQ}{dt}$ n'est autre que la puissance Joule dissipée dans l'échantillon, soit U I. L'ordre de grandeur du temps est celui qui rend ces deux contributions égales dans la fonction considérée.

$$\tau = \frac{B}{H_{c_1}} \quad \frac{we}{96b} \quad \frac{I}{U}$$

En prenant le cas typique de nos échantillons de Niobium

$$B \simeq \mu_0 H_{c_1} \simeq 1\,500 \text{ G}$$

$w = b = 10^{-2}$ m $e = 10^{-3}$ m

$I = 10$ A $U = 10^{-6}$ V

$\tau \simeq 0{,}1$ ms

Dans la suggestion de P. Aigrain, τ était un temps de relaxation électronique. Cela n'est pas valable ici. Cela donne des fréquences caractéristiques de l'ordre du kHz. Que signifie cette constante de temps pour l'expérience ? Si τ est très petit (devant 1 ms) cela signifie que seule l'énergie libre importe et il n'y aura aucun changement dans la distribution de courant quand la dissipation apparaît. Au contraire, si le courant devient uniforme en régime dissipatif, cela signifie que seul le taux de production d'entropie intervient et donc que τ est grand par rapport à 1 ms. Nous verrons au Chapitre III que c'est ce dernier cas qui a lieu. Cela laisse prévoir qu'à des fréquences de l'ordre de $1/\tau$ (qui sont très inférieures au kHz) on aura des effets importants en régime alternatif.

La détermination théorique (microscopique ou phénoménologique) de cette constante de temps, qui gouverne sans doute tout le comportement en courant alternatif, doit être recherchée dans le cadre de la thermodynamique irréversible.

42. Le mécanisme de la dissipation

Ce mécanisme est parfaitement démontré dans le cadre des théories hydrodynamiques : le mouvement admis des tourbillons provoque des courants induits dans les coeurs. Un champ électrique est engendré localement au niveau de chaque tourbillon par une répartition de charge

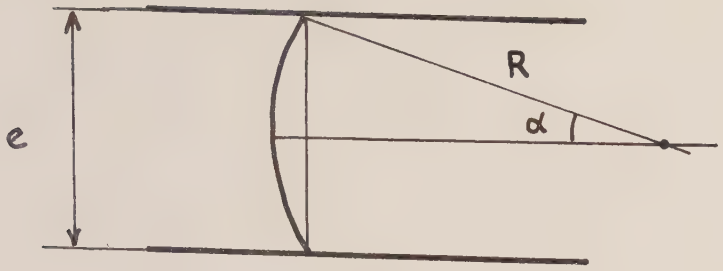
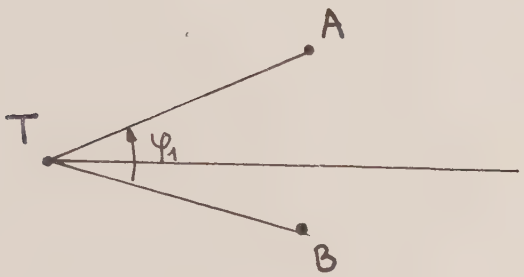
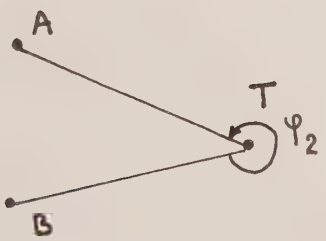


figure II-3



tourbillon à t_o



tourbillon à $t_o + \Delta t$

$$V_{AB} = \frac{1}{n} \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\Delta t}$$

figure II-4

à la surface de chaque coeur [30] (ou dans un domaine d'épaisseur ξ si on prend un modèle non local). Il y a donc une dissipation E.j à peu près proportionnelle au volume des coeurs. A l'extérieur de l'échantillon nous ne mesurons que la moyenne de ce champ E dans tout le volume. Mais ce modèle cesse d'être valable quand $H \longrightarrow H_{c2}$ car on serait alors amené à dire que le champ créé dans un conducteur normal est le résultat d'une densité de charges en volume alors que l'on admet que ce champ électrique est assuré par des charges de surface convenablement réparties pour en assurer l'uniformité dans tout l'échantillon. Près de H_{c2}, le modèle de Caroli et Maki postule l'existence du champ sans se préoccuper de savoir comment il est produit. On peut donc y faire jouer un rôle aux charges surfaciques, tant que l'échantillon reste fini. Mais dans un milieu infini, la seule façon de créer un champ électrique sans charges de volume est l'induction (c'est-à-dire le choix d'un repère en mouvement) d'où le résultat de cette théorie.

Park [38a] et Clem [38b] discutent sur la nature de cette tension dans un échantillon (lame ou ruban) de dimensions finies et montrent que

$$V = V_i + V_p$$

V_i étant une tension induite qui est due au mouvement des lignes de flux, qui est prépondérante dans l'état intermédiaire des "première espèce" et près de H_{c1} dans les "deuxième espèce".

V_p est due à un gradient de potentiel électrochimique causée par la variation de la différence de phase du paramètre d'ordre aux points de contact lors du passage d'un tourbillon entre ces points (fig. II,4) (La phase du paramètre d'ordre varie de 0 à 2π lorsqu'on tourne autour d'un tourbillon). C'est ce deuxième processus qui est prépondérant près de H_{c2} quand la répartition moyenne du flux à l'extérieur de l'échantillon ne varie plus lors du mouvement de l'ensemble.

C'est la somme de ces deux termes qui obéit à la relation $E = - V_L \times B$. Bien entendu, tout repose sur l'hypothèse du mouvement sans autre justification que le raisonnement thermodynamique et l'efficacité dans l'explication des résultats expérimentaux.

43. Persistance du réseau d'Abrikosov

La théorie de Caroli et Maki est sans ambiguïté sur ce problème : le V-réseau se déplace en bloc et sans déformation notable (on prévoit une très faible polarisation du réseau) mais le piégeage y est négligeable. Par contre, Van Gurp [37] prévoit un mouvement par paquets de plus en plus petits et même par tourbillon individuel quand on se rapproche de H_{c2}. Ceci donnerait une structure de plus en plus polycristalline au V-réseau et aboutirait même à une structure amorphe. Depuis, Clem [38b] en perfectionnant le modèle proposé interprète différemment les mêmes résultats. Cela prouve la complexité de ce procédé d'investigation dont les conclusions doivent être interprétées de façon très délicate. La seule façon d'être indiscutablement sûr de ce qui se passe est de choisir une expérience dont l'interprétation ne prête pas à discussion. L'outil le plus simple serait de généraliser les techniques de visualisation [24], mais la méthode des répliques ne permet de voir que des photos figées du V-réseau. La réalisation de figures mouvantes directement observables au microscope à balayage est la situation idéale mais extrêmement difficile à réaliser. Nous parlerons un peu d'autres perspectives au Chapitre V.

Pour voir la persistance du réseau nous avons choisi de nous servir de la diffraction de neutrons qui ne permet pas d'apporter la preuve du mouvement mais montre les effets qu'il est susceptible d'avoir sur la structure du V-réseau. C'est cette série d'expériences qui est rapportée au Chapitre IV avec d'autres résultats sur l'étude statique et l'étude en fonction du courant alternatif.

CHAPITRE III

REPARTITION DU COURANT DANS LA SECTION D'UN SUPRACONDUCTEUR DE TYPE II

Comme nous l'avons vu au Chapitre précédent, la connaissance de la distribution du courant appliqué dans la section d'un ruban ou d'un fil supraconducteur est une donnée importante pour approfondir les mécanismes de dissipation. Il est remarquable que les théories hydrodynamiques ne parlent de ce problème que pour supposer la densité de courant uniforme au voisinage du tourbillon considéré. Mais c'est en fonction de cette densité que l'on calcule finalement le champ électrique. Doit-on calculer macroscopiquement cette densité au voisinage d'un tourbillon en divisant simplement le courant total par la section offerte ? D'autre part, la force d'entraînement en un point est proportionnelle à cette densité de courant. Si celle-ci n'est pas uniforme, la force dépend du point de la section où l'on se trouve et de ce fait n'est plus forcément uniforme tout le long du tourbillon considéré. Voilà pourquoi nous avons été conduits à chercher des informations dans cette voie. Le champ magnétique créé par le courant appliqué est exploré à l'aide de microbobines dans lesquelles on étudie la variation de flux avec et sans courant. Cette méthode a déjà été utilisée [45] mais sur des films, trop minces pour que l'on puisse distinguer entre les deux types de distributions extrêmes.

1. PRINCIPE DE LA MESURE

Un courant qui parcourt un fil rectiligne indéfini crée autour du conducteur un champ magnétique contenu dans le plan de section droite. Si ce conducteur a une symétrie de révolution, le champ h (ou $b = \mu_o h$) se calcule par le théorème d'Ampère et il ne dépend pas de la répartition des courants. Il n'en est plus de même si le conducteur n'a plus cette symétrie.

II. Calcul du champ h créé autour d'un conducteur de section quelconque

Soit une lame de courant infiniment mince transportant un courant total I dans la direction z (fig. III, 1a). On calcule le champ $\vec{\delta h}$ créé à l'origine des coordonnées par le filament de courant passant en M (x,y).

$$\vec{\delta h} = \frac{\vec{\delta i} \wedge \vec{r}}{2\pi r^2}$$

avec $\vec{\delta i} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{I\,dx}{|b-a|} \end{vmatrix}$ $\vec{r} \begin{vmatrix} x \\ y \\ 0 \end{vmatrix}$ $\vec{\delta i} \wedge \vec{r} \begin{vmatrix} \frac{y\,I\,dx}{|b-a|} \\ \frac{x\,I\,dx}{|b-a|} \\ 0 \end{vmatrix}$

$$\vec{\delta h} \begin{vmatrix} \frac{I}{|b-a|2\pi} & \frac{-y\,dx}{x^2+y^2} \\ \frac{I}{|b-a|2\pi} & \frac{x\,dx}{x^2+y^2} \end{vmatrix}$$

$$h_x = \frac{-I}{|b-a|2\pi} \int_a^b \frac{y\,dx}{x^2+y^2} = \frac{-I}{2\pi|b-a|} \int_a^b d\left(\text{Arctg}\,\frac{y}{x}\right) = \frac{I}{2\pi|b-a|}\,\theta_{BA}$$

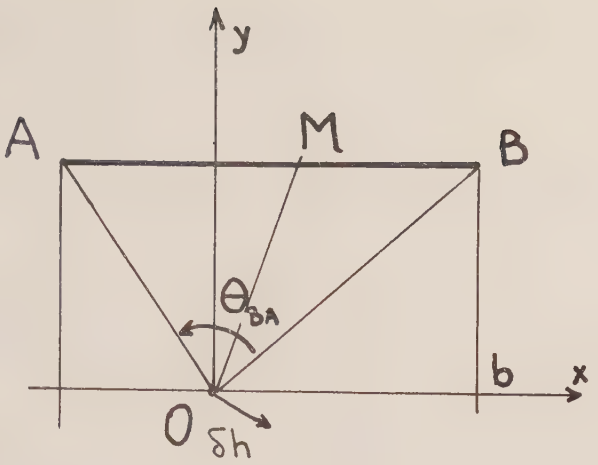
où θ_{BA} est l'angle sous lequel on voit $\vec{BA}$ de O

$$h_y = \frac{-I}{|b-a|2\pi} \int_a^b \frac{1}{2} d(\text{Log}\,x^2+y^2) = \frac{I}{2\pi|b-a|}\,\text{Log}\,\frac{r_A}{r_B}$$

r_A et r_B étant les distances géométriques de O à A et B.

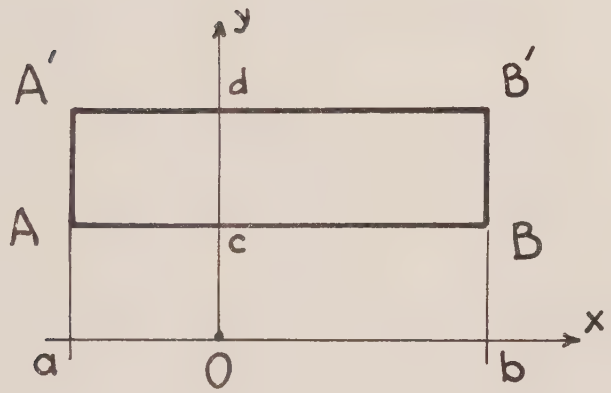
Soit un conducteur rectangulaire parcouru par une densité de courant uniforme en surface. Le résultat est donné en ajoutant les contributions des quatre faces (fig. III, 1b).

$$h_x = \frac{I}{4\pi|b-a| + 4\pi|c-d|} \left[\theta_{BA} + \theta_{B'A'} + \text{Log}\,\frac{r_{A'}}{r_A} \cdot \text{Log}\,\frac{r_{B'}}{r_B} \right] \qquad \text{(III,1)}$$



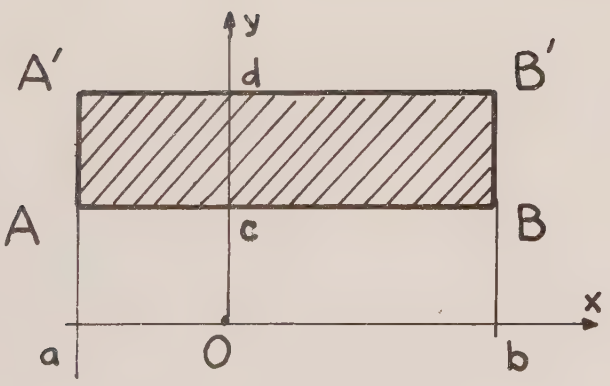
$$i = \frac{I}{AB}$$

fig. Ⅲ 1a



$$i = \frac{I}{2(AB+AA')}$$

fig. Ⅲ 1b



$$j = \frac{I}{AB \times AA'}$$

fig. Ⅲ 1c

Dans le cas d'une densité uniforme en volume pour un conducteur de même forme que ci-dessus, $J = \dfrac{I}{|b-a||c-d|}$

le champ élémentaire est toujours $\overrightarrow{\delta h} = \dfrac{\vec{J} \wedge \vec{r}}{2\pi r^2}\, dx\, dy$ (fig.III,1c)

$$\left| \begin{array}{l} h_x = \dfrac{I}{2\pi |b-a||c-d|} \displaystyle\int_a^b \int_c^d \frac{-y\, dx\, dy}{x^2+y^2} \\ \\ h_y = \dfrac{I}{2\pi |b-a||c-d|} \displaystyle\int_a^b \int_c^d \frac{x\, dx\, dy}{x^2+y^2} \end{array} \right.$$

$$h_x = \frac{-I}{2\pi |b-a||c-d|} \int_c^d dy \left[\operatorname{Arctg} \frac{b}{y} - \operatorname{Arctg} \frac{a}{y} \right]$$

or $$\int_c^d \operatorname{Arctg} \frac{b}{y}\, dy = \left[y \operatorname{Arctg} \frac{b}{y} \right]_c^d - \int_c^d y \frac{-\frac{b}{y^2}\, dy}{1+\frac{b^2}{y^2}}$$

$$= d \operatorname{Arctg} \frac{b}{d} - c \operatorname{Arctg} \frac{b}{c} + \int_c^d \frac{b\, y\, dy}{y^2+b^2}$$

et finalement

$$h_x = \frac{I}{2\pi |b-a||c-d|} \left[d\theta_{B'A'} - c\theta_{BA} + b \operatorname{Log} \frac{r_{B'}}{r_B} - a \operatorname{Log} \frac{r_{A'}}{r_A} \right] \qquad \text{(III,2)}$$

Le calcul se mène de la même façon pour h_y et on obtient une forme analogue où c,d s'échange avec a,b.

Il n'est pas possible de comparer de façon absolue les formules (1) et (2). Il nous faut effectuer un calcul numérique qui se fait facilement si l'on envisage des formes particulières. On peut soit calculer les grandeurs géométriques qui entrent dans les formules, soit les mesurer avec soin sur un dessin fait à grande échelle.

Nous avons choisi deux formes de section particulières aux cotes des échantillons une fois polis :

a) carrée 4 x 4 mm^2
b) rectangulaire 1,2 x 5,3 mm^2.

Le champ h_x est calculé au milieu de chaque face à une distance correspondant au centre des bobines de mesure. On trouve les résultats suivants en Oersted par Ampère de courant total.

	Uniforme en surface	Uniforme en volume	écart
carré	0,68	0,80	- 15 %
grand côté rectangle	0,82	0,96	- 15 %
petit côté rectangle	1,06	1,01	+ 5 %

12. Calcul rhéographique

Mais l'étude théorique du paragraphe II.4 nous montre que la distribution en surface n'est pas celle qui a été calculée plus haut, mais la distribution de London. Celle-ci est bien plus délicate à calculer analytiquement. Nous en avons fait un calcul analogique en nous servant des remarques suivantes :

Le champ h créé par un fil rectiligne infini selon z et transportant une densité i(x,y) est

$$\overrightarrow{dh} = \frac{\vec{\imath} \wedge \vec{r}}{2\pi r^2} \, dx \, dy$$

Si on calcule, par exemple à l'aide du théorème de Gauss, le champ électrique créé en un point du plan par un point chargé d'une densité

électrostatique $\rho(x,y)$, on trouve

$$d\vec{E} = \frac{\rho \vec{r}}{2\pi r^2} \, dx\,dy$$

d'où l'analogie, à une rotation de $\frac{\pi}{2}$ des vecteurs champ près (fig. III-2a).

$$\vec{h} \longleftrightarrow \vec{E}$$

$$i \longleftrightarrow \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

théorème d'Ampère $\int h\,dl \longleftrightarrow$ théorème de Gauss $\int E\,(dl \wedge \Delta z)$

L'analogue de la condition de London

$h = 0$ à l'intérieur du conducteur (3)

est

$E = 0$ à l'intérieur du domaine envisagé (3A)

Cette condition sera remplie en prenant une surface bonne conductrice. Imposer un courant total sera dans l'analogie, imposer une charge totale sur cette surface : $Q_0 = \int \rho \, dx\, dy$ qui se répartira à la périphérie de façon à remplir la condition (3A). Le champ électrique créé à l'extérieur de cette surface en chaque point du plan est solution de l'équation de Laplace à deux dimensions $\Delta U = 0$. La résolution de cette équation est assurée par la méthode analogique du papier rhéographique (Télédeltos). La surface conductrice S est réalisée en peignant l'intérieur du profil choisi à la laque d'Argent. Pour mettre une charge globale sur cette surface, il suffit de la porter à un potentiel U_0. En mesurant le potentiel U_M en des points près des limites de la surface S on peut déduire $E = \text{grad } U$. La connaissance de E en chaque point près de la surface S permet d'écrire :

$$\frac{E}{\int E\,dl} = \frac{h}{\int h\,dl}$$

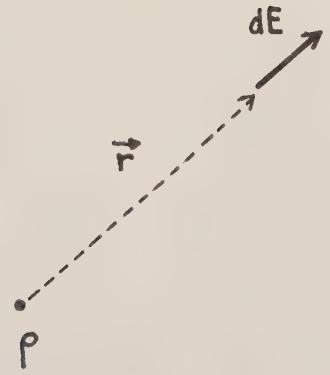
L'unité de mesure de E n'a pas d'importance. Si $\int h.dl = 1A$, on aura h en A/m et il suffira de multiplier par $4\pi 10^{-3}$ pour l'avoir en Oersteds. Pour cela, il faudra que les unités de longueurs soient convenablement choisies en tenant compte des dimensions éventuellement différentes sur le papier rhéographique et sur l'échantillon réel.

Une difficulté expérimentale consiste à fixer le potentiel zéro à l'infini. On se contentera d'un cercle de rayon r_1. Mais ce rayon doit être assez grand, car la surface S n'étant pas circulaire, il faut que tous ses points soient aussi éloignés que possible de cette équipotentielle, pour qu'il n'y ait aucune charge développée sur S par influence électrostatique. Etant donné que le champ électrique E décroît très lentement (en 1/r) on peut penser que cette condition sera réalisée si $r_1 = 500\ r_o$ (r_o étant une taille typique de la surface S). r_o étant dans notre cas 80 mm cela nous conduit à prendre $r_1 = 40$ m ce qui n'est pas très réalisable.

Aussi sommes-nous conduits à utiliser un artifice courant dans ce genre de calcul analogique [46]. L'équation de Laplace est invariante par inversion. Faisons donc une inversion de la partie du plan rhéographique extérieure à un cercle de rayon R = 300 mm et laissant ce cercle invariant. Cet extérieur se transforme en un cercle et le cercle de rayon r_1 se transforme en une tache de rayon $\varepsilon = \frac{R^2}{r_1} = 2$ mm qui sera portée au potentiel zéro. Cette tache est cette fois-ci facilement réalisable par un petit point de laque d'Argent. La jonction conductrice entre les deux parties du plan sera assurée point par point par des contacts à la laque d'Argent entre les deux cercles posés dos à dos comme le montre la figure III.2b.

La précision de cette détermination n'est que de l'ordre de 5 % car le procédé est très sensible à la forme du point de laque d'Argent qui, s'il n'est pas très régulier, est équivalent à une équipotentielle nulle très déformée, ce qui altère l'isotropie du milieu. Une autre cause d'erreur est la non-régularité de la couche résistive du papier, dont la résistance, qui est d'environ 2000 Ω entre deux pointes distantes de 1 cm, n'est définie qu'à 5 % près également. Ces erreurs sont partiellement compensées en faisant la moyenne sur

$$\vec{dh} = \frac{\vec{i} \wedge \vec{r}}{2\pi r^2} \, dx\,dy$$



$$dE = \frac{\rho \, \vec{r}}{\varepsilon_0 \, 2\pi r^2}$$

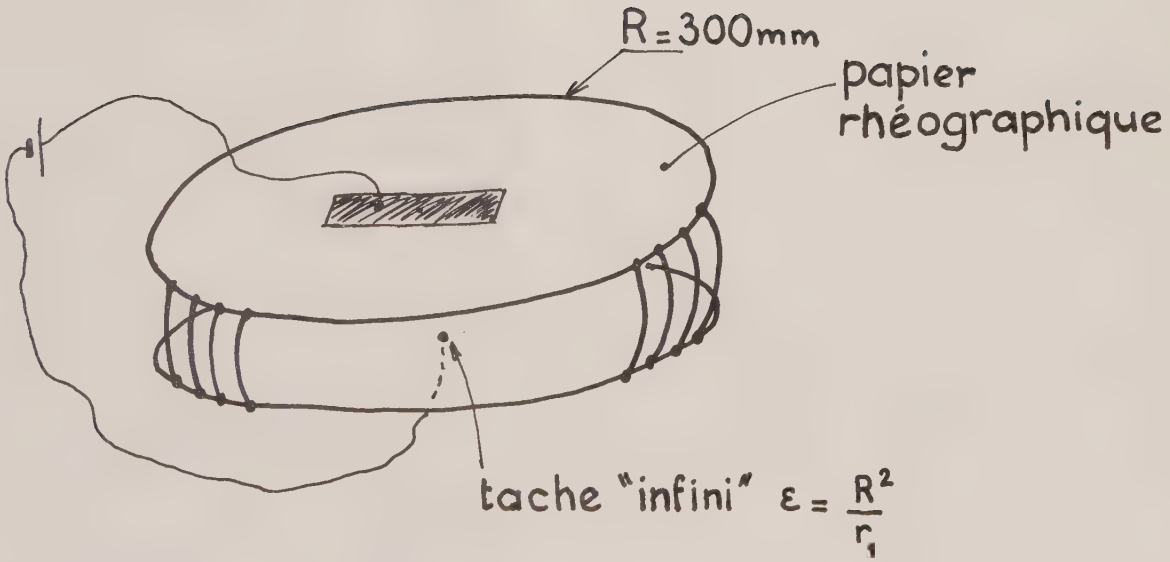


figure III-2

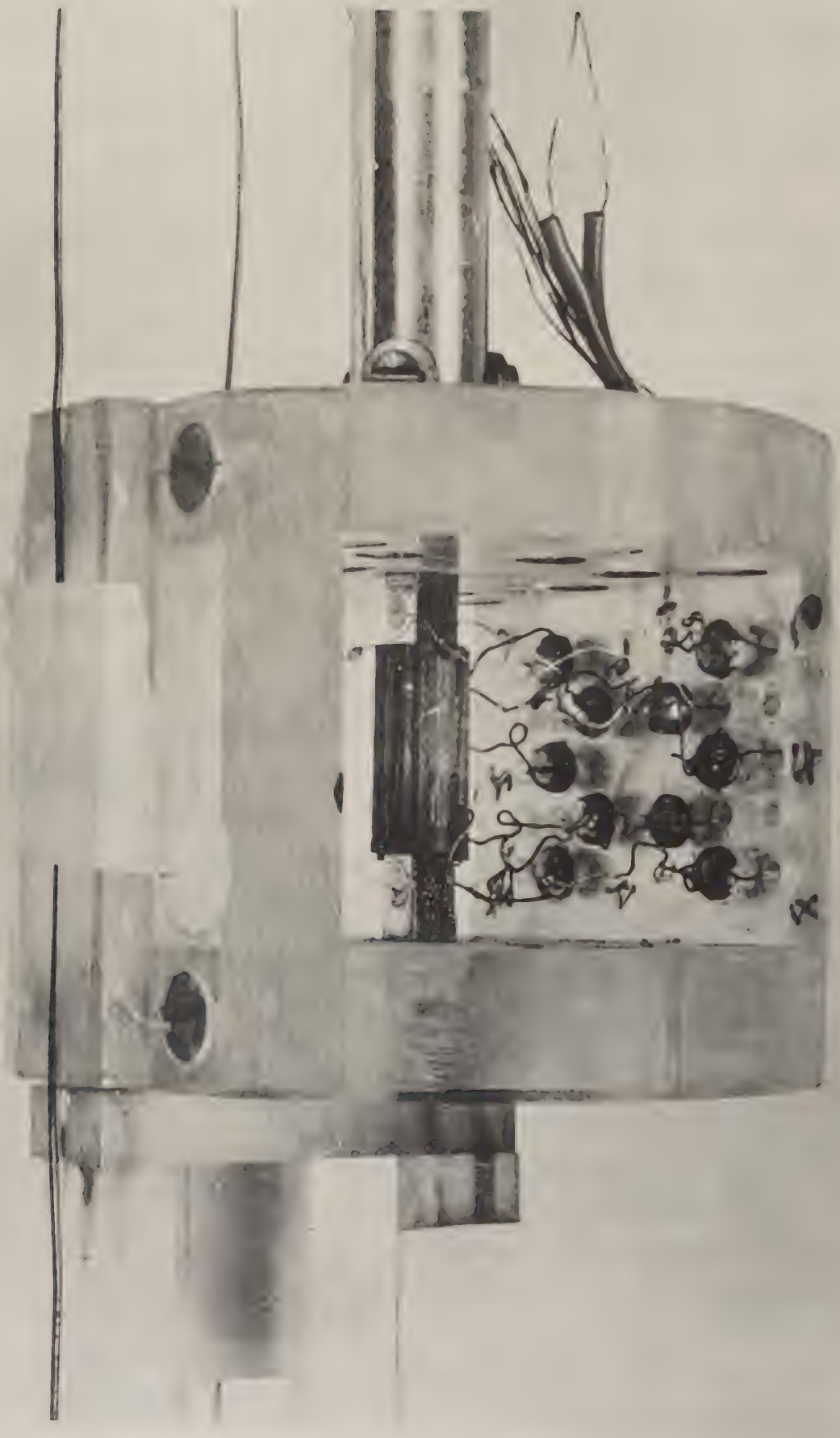


Fig III 2b

les quatre points équivalents par raison de symétrie (ou huit points pour une forme carrée).

On obtient alors les résultats suivants en Oe/A.

	En surface	En volume	Ecart
carré	0,59	0,80	- 26 %
grand côté rectangle	0,64	0,96	- 33 %
petit côté rectangle	1,34	1,01	+ 33 %

On voit clairement que si la mesure des champs est assez sensible, on doit voir nettement la différence entre ces deux distributions. Toute la difficulté de la mesure consiste à faire cette variation de quelques dixièmes de Oersded devant un champ H_o appliqué de l'ordre de 1kOe.

Si l'on regarde où se répartit le courant superficiel dans cette répartition de London, on le trouve surtout dans les angles de la section. C'est un effet analogue à l'effet de pointe en électrostatique (fig. III.4c).

2. DISPOSITIF DE MESURE

21. Echantillons

Ce sont une lame (1,2 x 5,3 x 30 mm^3) et un barreau (4 x 4 x 30 mm^3) de Plomb 2,8 % en poids d'Indium monocristallin fourni par Metal Research (Cambridge, Grande-Bretagne) (rapport de résistivité 7 ; $\rho_{4°K} = 4\ 10^{-6}$ cm ; δ peau à 10 Hz $\simeq$ 3 cm).

Un barreau de plomb 2,8 % Indium (4 x 4 x 30 mm^3) polycristallin fabriqué par Christian Meyer au laboratoire de l'ENS,

un barreau de Niobium polycristallin (4 x 4 x 30 mm^3) fourni par le laboratoire de l'Alcatel à Bruyères-le-Chatel.

22. Mesure du champ h

Le champ h est mesuré à l'aide de microbobines [47] collées au centre des faces des divers échantillons. Elles sont typiquement constituées par 200 spires de fil de cuivre de diamètre 2/100 mm. La section du noyau de ces bobines est 0,5 x 15 mm^2 la longueur 1 mm et la surface équivalente e_{nv}.20 cm^2. La variation de h entre zéro et h(I) en appliquant le courant (ou en l'annulant) produit une variation du flux dans la microbobine. Cette variation est mesurée par un fluxmètre photoélectrique très sensible. Le schéma de principe est montré fig. III.3a.

Ce fluxmètre ayant une dérive permanente et variable sur la haute sensibilité utilisée (de 100 Maxwells par Volt) il convient de faire une série de mesures en mettant et en otant le courant de façon à pouvoir, sur l'enregistreur fonctionnant en base de temps selon x, mesurer avec précision l'amplitude du flux. Un diagramme expérimental est montré figure III.7.

L'étalonnage de toute la chaîne de mesure se fait à l'aide d'une bobine de surface calibrée plongée dans l'électroaimant dont on fait varier le champ de 10 Oe. On vérifie ainsi que le calibrage de la chaîne ne varie pas au cours d'une journée de travail comme d'un jour à l'autre.

En plaçant les microbobines à l'ambiante (variation de surface estimée négligeable avec la température) dans une bobine de Helmoltz dont le champ est étalonné (J.C. Maréchal, Thèse), la variation de flux mesurée à l'aide de la même chaîne fluxmètre donne leur surface équivalente. On peut aussi déduire immédiatement la correspondance entre les mm lus sur l'enregistreur et les Oersteds près de l'échantillon.

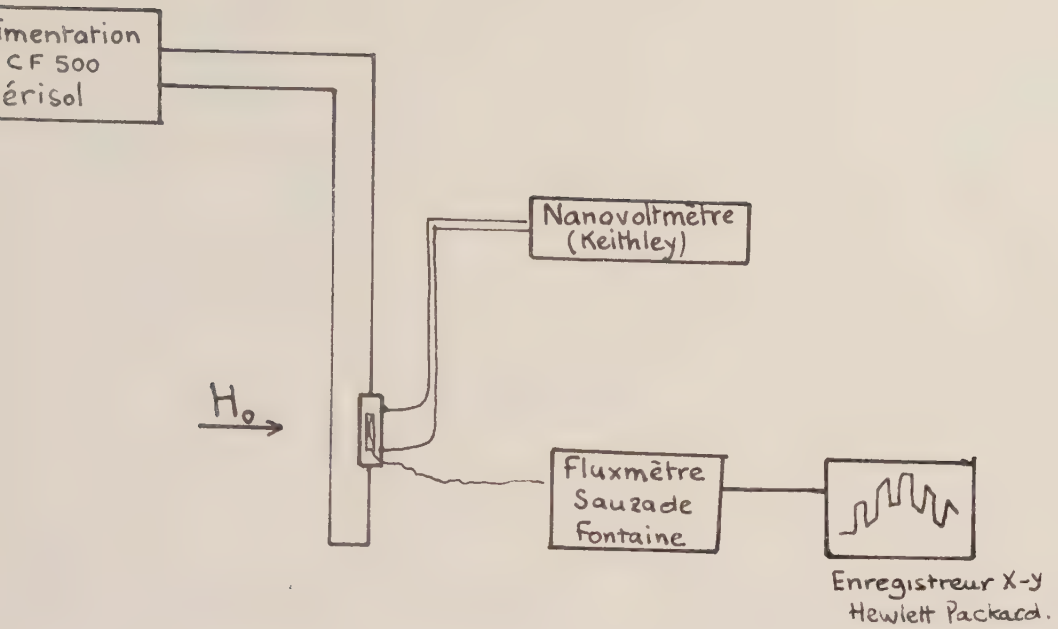


fig. III-3a : diagramme de mesure du flux continu

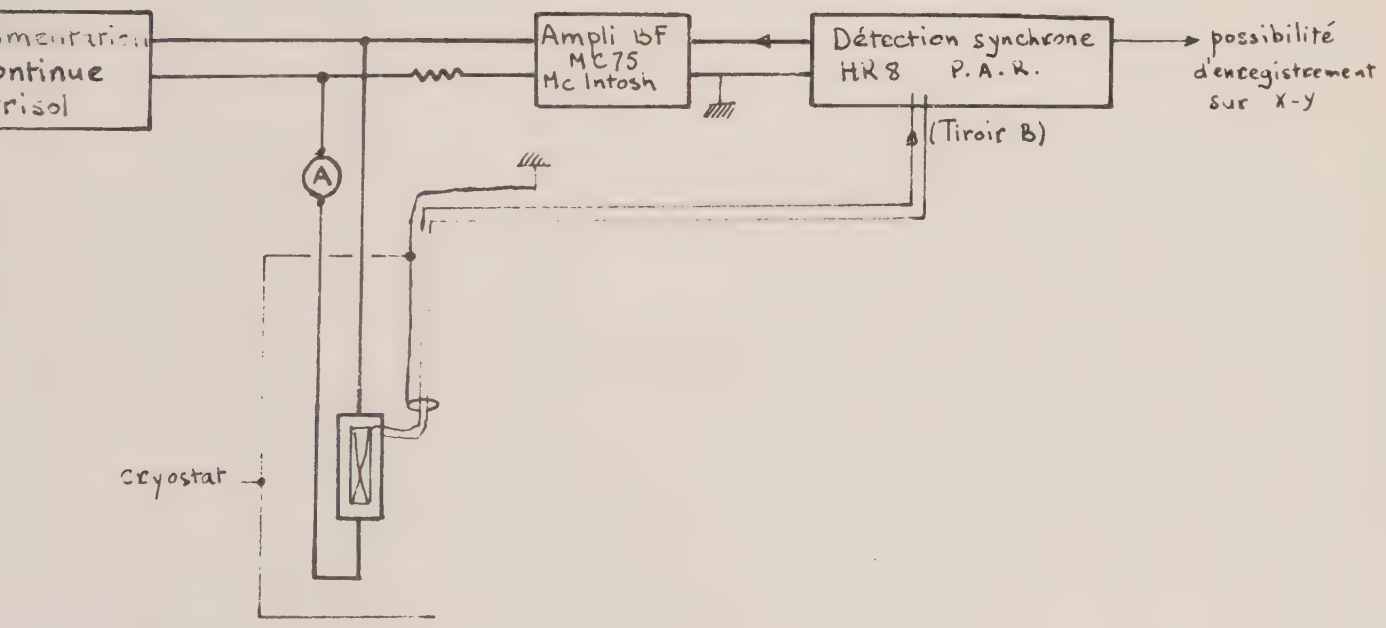
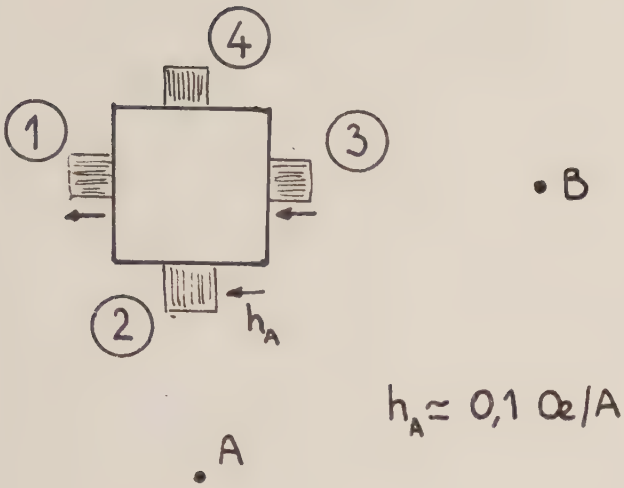


fig. III-3b : diagramme de mesure du flux en alternatif



g.III4a: retour du courant

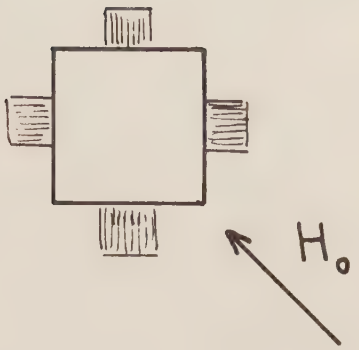
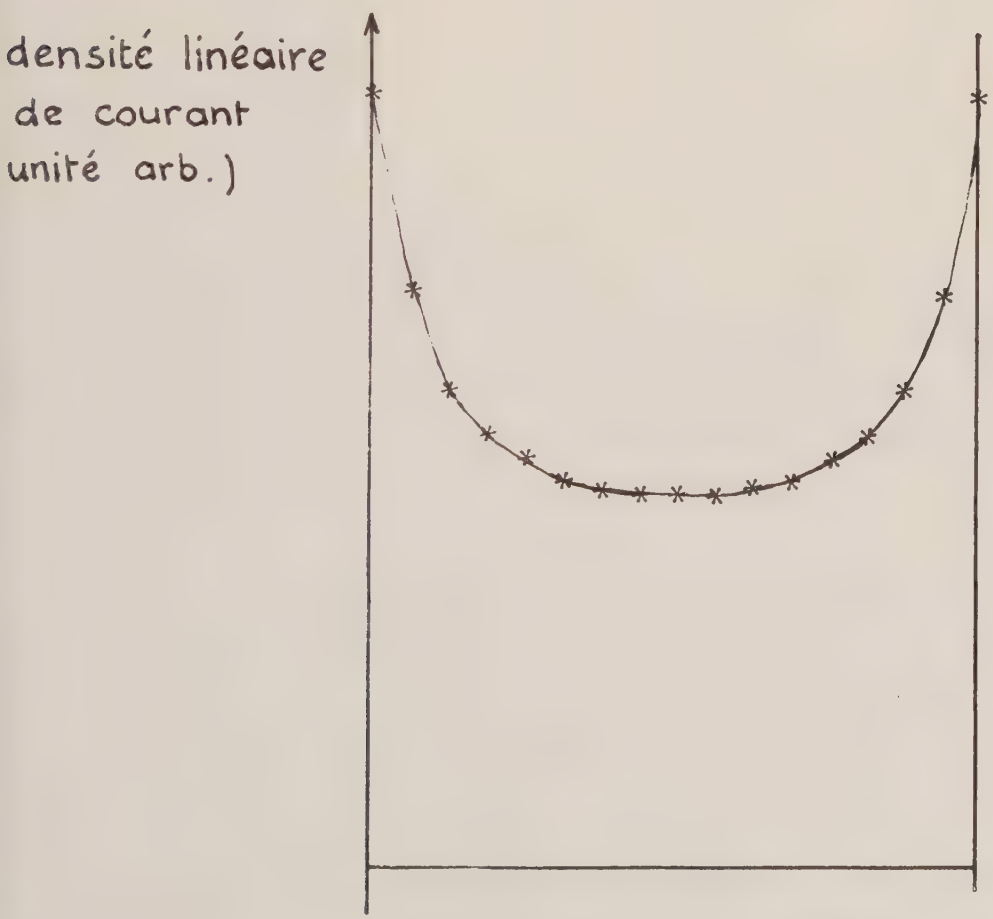


fig III 4b disposition du champ



g. III 4.c répartition de London du courant de surface
pour le carré 4×4

Le champ ainsi mesuré est un champ moyen dans tout le volume de la microbobine. Il est donc légèrement différent des valeurs ponctuelles calculées plus haut. Il faut aussi s'assurer que les erreurs de position faites au moment du collage (à l'aide de vernis à ongle) sur l'échantillon ne sont pas dramatiques. Pour cela, nous avons réalisé des maquettes à l'échelle 10 d'échantillons soit en laiton massif soit en bois plaqué de clinquant de cuivre dans lesquelles passe un courant, 10 fois plus faible que le courant prévu de façon à créer le même flux dans les bobines de mesure elles-aussi 10 fois plus grandes (surfaces cent fois plus grandes). Les mesures des champs moyens dans les bobines à l'échelle 10 ont donné les résultats suivants :

	Uniforme en surface	Uniforme en volume
carré	0,69	0,78
grand côté rectangle	0,80	0,94
petit côté rectangle	1,06	1,16

ce qui donne un bon accord (à 2 %) avec les valeurs calculées au centre (voir premier tableau) sauf peut-être pour le petit côté du rectangle en courant uniforme. De petits déplacements des bobines, en position et en orientation par rapport à l'axe de l'échantillon, montrent que le petit côté du rectangle est justement la seule position très sensible à la variation de ces paramètres.

Le retour du courant est assuré, dans le cryostat par un fil qui passe le plus loin possible de l'échantillon (30 mm) compte tenu du rayon intérieur de la queue. Mais à cette distance là, le champ créé est de l'ordre de 0,1 Oe/A. Ce champ est justement de l'ordre de grandeur de la variation attendue dans certains cas, et donc risque de la masquer complètement. De façon à compenser cet effet, nous avons placé deux fils de retour de courant, le fil A (fig. III.4a) que l'on utilise pour les mesures à l'aide des microbobines 1 et 3 et le fil B pour les deux autres bobines.

Dans certaines phases des étalonnages (mesure des surfaces des microbobines par exemple) ou des essais (comparaison des champs mesurés avec le calcul) ou même pour déceller un début de modification des propriétés, il a été utilisé une technique alternative, dont le schéma de principe est montré figure III.3b.

23. Ce que l'on mesure par un tel procédé

On mesure donc la différence de flux entre l'état à I = 0 et I (généralement pris égal à 5A). Mais c'est en fait la somme de trois flux.

$$\vec{h} \cdot \vec{S} + \vec{h}_D \cdot \vec{S} + \vec{H}_o \cdot \vec{S}$$

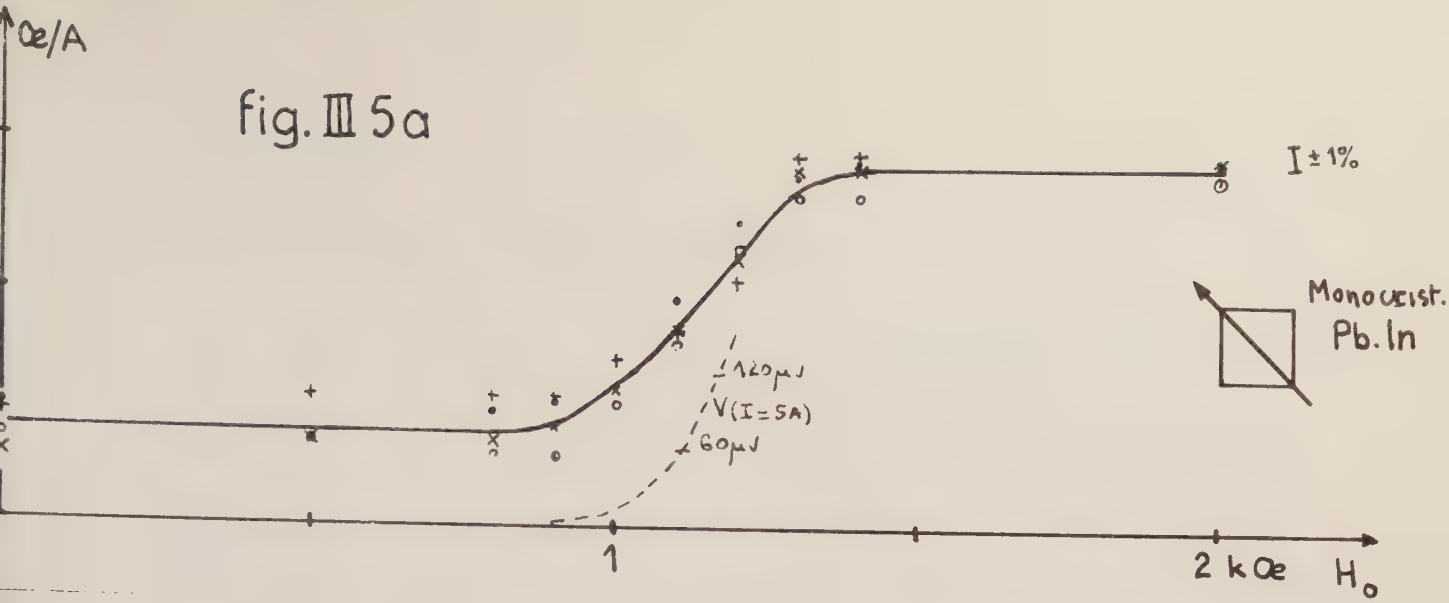
où $\vec{h}$ est le champ cherché
$\vec{h}_D$ est créé par les courants de diamagnétisme qui provoquent l'effet Meissner incomplet
$\vec{H}_o$ est le champ extérieur appliqué
$\vec{S}$ le vecteur surface de la microbobine considérée.

$\vec{h}_D$ et $\vec{h}$ sont liés géométriquement à l'échantillon, tout comme le vecteur $\vec{S}$. $\vec{S}$ et l'angle qu'il fait avec ces champs sont donc invariables. $\vec{h}_D$ ne dépend pas en principe du courant appliqué qui ne fait que s'ajouter à ces courants de diamagnétisme qui ne dépendent que de B(r) à l'intérieur de l'échantillon et donc de la structure du V-réseau. Ce point est discuté section III.34.

$\vec{H}_o$ est fixé, mais l'angle $(\vec{H}_o, \vec{S})$ peut varier si l'application du courant fait très légèrement bouger l'échantillon dans le champ $\vec{H}_o$ sous l'influence de la force de Laplace sur les fils de retour par exemple. On se rend compte de cette variation car alors les résultats de la mesure dépendent de la valeur du champ quand l'échantillon est normal ($H_o > H_{c2}$). Pour éviter cela, il faut solidement fixer l'échantillon et son support. Dans certains cas, nous avons été obligés de mettre un peu d'eau au fond de la queue du cryostat, qui en se solidifiant immobilise le montage.

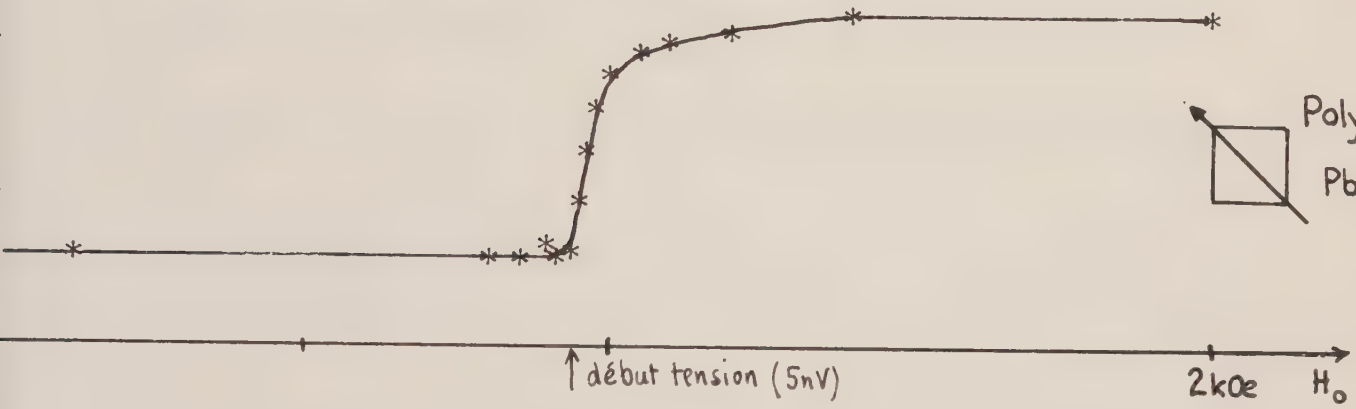
Oe/A

fig. III 5a



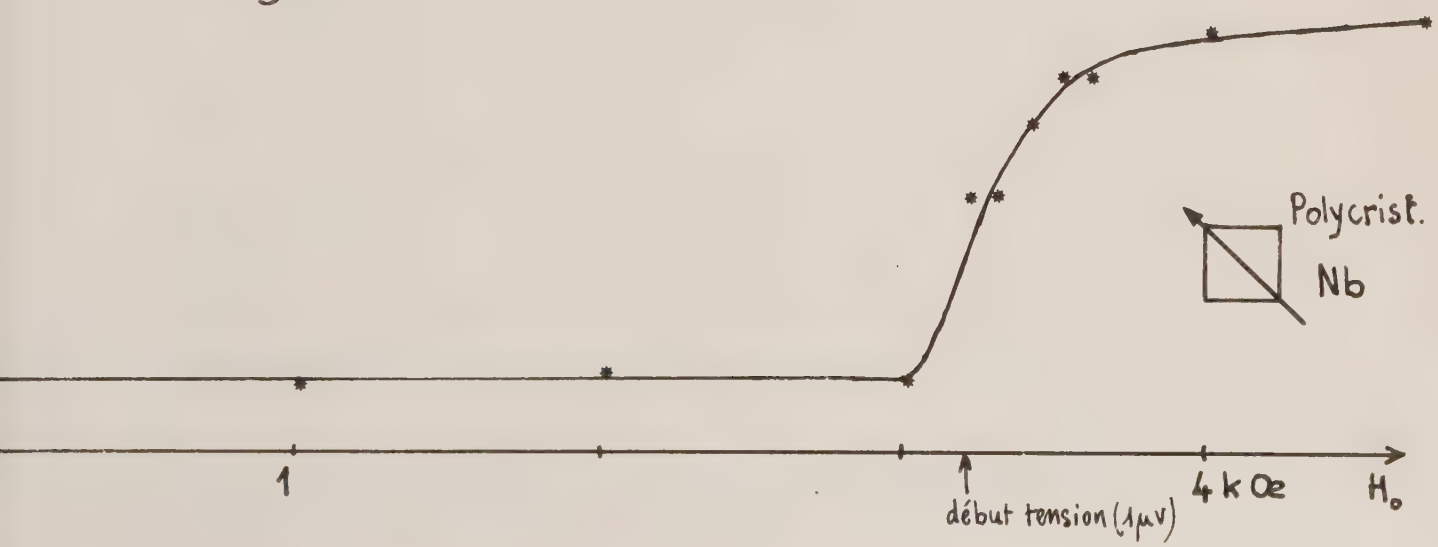
h
Oe/A

fig. III 5b



$\frac{h}{h_{(0)}}$

fig. III 5c



3. RESULTATS

31. Résultats sans effet de surface

La supraconductivité de surface peut être due soit à un phénomène fondamental [48] qui n'a lieu que lorsque le champ est rigoureusement parallèle à la surface, soit due au piégeage de surface [49] et, à ce moment-là, elle est moins sensible à l'orientation. Cependant, une façon simple de diminuer au maximum l'influence de cet effet est de placer le champ extérieur H_o à 45° de toutes les surfaces de nos échantillons, ce que nous avons fait dans une première série de mesures (fig. III.4b).

Le champ h créé par un courant de 5A est porté en fonction de la valeur du champ magnétique continu H_o (fig. III.5).

Les résultats ont été obtenus pour trois échantillons carrés 4 x 4

a) Pb-In monocristallin
b) Pb-In polycristallin
c) Nb polycristallin.

Les valeurs absolues des champs h portés sur le graphique sont calculées à l'aide des surfaces des bobines et de l'étalonnage du fluxmètre. La dispersion des points de mesure est inférieure à 5 %, probablement due aux différences de position des microbobines et à l'épaisseur pas très constante de colle qui les situe plus ou moins près de la surface de l'échantillon. Ces valeurs sont légèrement inférieures aux valeurs calculées de 0,59 et 0,78 Oe par Ampère pour les valeurs extrêmes de H_o. Cela signifie que les bobines sont un peu plus éloignées de la surface que la valeur prise pour le calcul. L'écart n'est pas le même pour les deux valeurs extrêmes du champ H_o car h ne décroît pas aussi vite dans les deux configurations. La dernière courbe est portée seulement en unités relatives.

La précision de nos résultats permet bien d'affirmer que la configuration à $H_o = 0$ est bien celle qui obéit à la répartition de

London (h = 0,59) et non celle de la répartition uniforme en surface (h = 0,69).

On remarque que le champ $h(H_o)$ ne s'écarte de h(0) qu'un peu avant le début d'apparition de la tension. Mais ce champ d'apparition de la tension n'est pas déterminé très exactement car la courbe $V(H_o)$ commence à croître extrêmement lentement d'où la nécessité d'effectuer cette mesure avec un voltmètre plus sensible, pour trouver le champ exact d'apparition de la tension (ce champ est celui pour lequel I_c=5A).

32. Premier écart à la distribution de London

Nous avons fait cette étude sur le polycristal de Pb-In en utilisant la méthode de détection alternative qui est plus sensible dans ce type de mesure. Le blindage du montage a été particulièrement soigné dans cette partie. Entre H_o = 0 et H_o = 2000 Oe le signal alternatif produit par 0,05 A_{eff} à 20 Hz (superposé à 5A continus) varie de 1,2 à 1,6 μV or, grâce à l'amplification du tiroir B de la détection synchrone HR8 et à l'enregistreur X-Y placé derrière, on peut détecter 2nV efficaces ce qui permet de voir une variation de h égale à 1/200 de l'écart total.

Simultanément, c'est-à-dire pour chaque valeur de H_o, on mesure la tension entre des prises de tension distantes de 2 cm environ, à l'aide d'un nanovoltmètre Keithley sur lequel on apprécie un déplacement reproductible de l'aiguille lorsque la tension aux bornes est de 5 nV (pour un courant appliqué de 5A) . Dans ces mêmes conditions, la tension est de 200 μV lorsque l'échantillon est normal.

On fait varier le champ magnétique H_o gauss par gauss ; les deux mesures se font alors que ce champ magnétique est parfaitement stabilisé.

On constate que à 952 Oe, V< 5 nV et $h-h(0) < \frac{\Delta h}{200} = 10^{-3}$ Oe alors qu'à 953 Oe les deux mesures donnent un résultat positif. Il est remarquable que le lendemain, la valeur de H_o avait varié de quelques Oersteds (950 Oe) mais l'exacte coïncidence demeure.

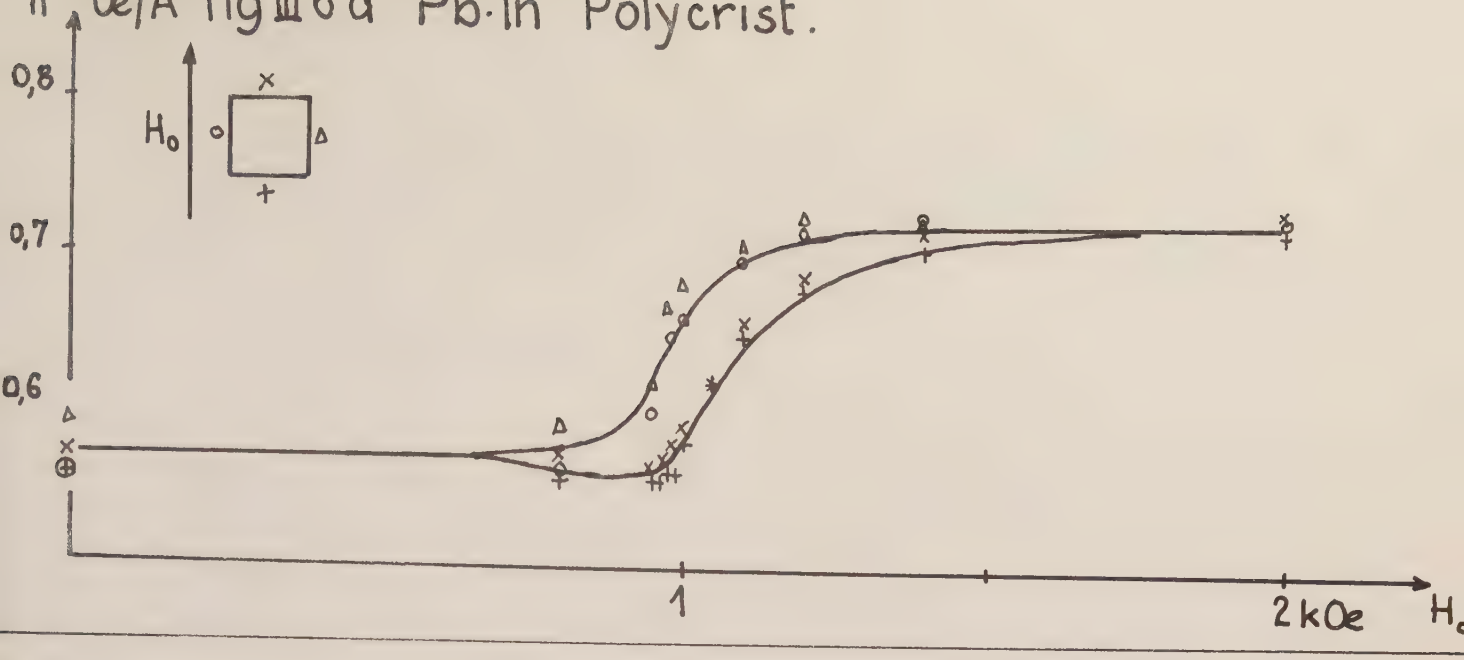


fig III 6 a Pb-In Polycrist.

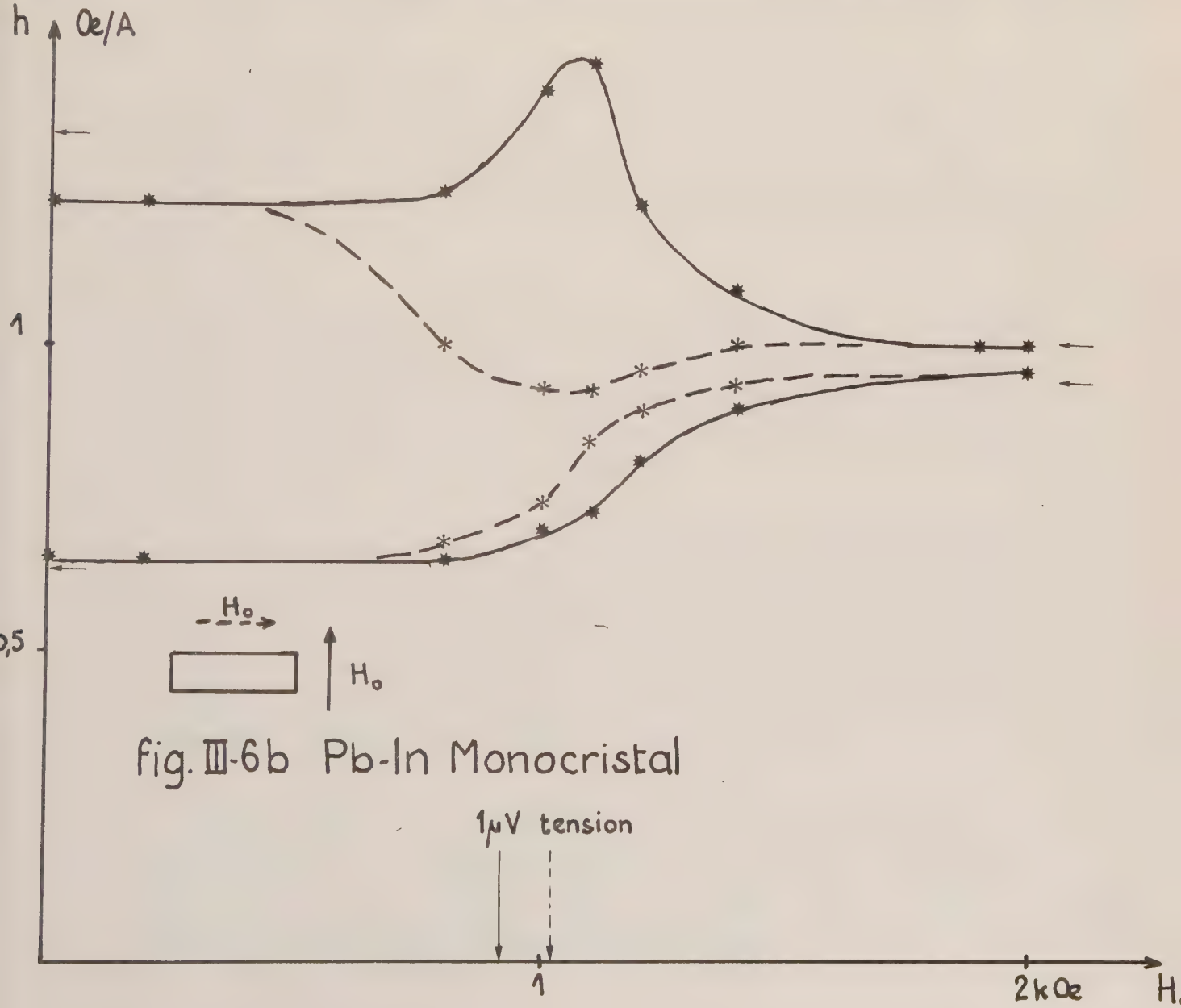


fig. III-6b Pb-In Monocristal

On tire de ces mesures une réponse extrêmement claire à la question que l'on se posait à la fin du Chapitre II. Le courant reste en surface dans la répartition qu'il a pour $H_o = 0$, tant qu'il n'y a pas dissipation.

33. Effets de surface

Le résultat très net des paragraphes précédents est masqué dès que le champ est parallèle à une des surfaces de la lame. La figure III.6 montre les courbes $h(H_o)$ obtenues pour l'échantillon carré polycristallin de Pb-In et pour l'échantillon monocristallin rectangulaire pour les deux configurations de champ (parallèle ou perpendiculaire à la lame) où les effets sont particulièrement spectaculaires.

Sur le carré : l'écart à h(0) se fait sentir dès 800 Oe, alors que la première tension apparaît pour cette configuration de champ pour 990 Oe. C'est sur les faces parallèles à H_o que le champ h augmente d'abord, ce qui traduit un enrichissement du courant porté sur ces deux faces.

Sur le rectangle, on voit que h(0) correspond bien à la distribuion de London puisqu'on mesure 0,65 au lieu de 0,64 calculé pour le grand côté et 1,33 au lieu de 1,34 calculé sur le petit côté. Les écarts à h(0) apparaissent très tôt (dès 400 Oe) sur le petit côté, alors que la tension n'apparaît qu'à environ 800 Oe.

Dans le cas du H_o parallèle à la grande face, le h du petit côté s'effectue nettement et passe par un minimum (0,94 Oe) ; la valeur calculée pour une distribution uniforme sur les seules grandes faces est 0,91. Le h sur le grand côté atteint plus rapidement la valeur normale (qui correspond à la même valeur calculée que pour une distribution uniforme sur les seules grandes faces).

Dans le cas H_o perpendiculaire à la grande face, on voit le phénomène inverse : un maximum est atteint par le champ h des petits côtés 1,48 Oe qui est là très éloigné de la valeur calculée voisine de 2 Oe pour le courant dans les petits côtés seuls.

En conclusion, on n'atteint jamais une distribution du courant dans les seules faces parallèles au champ H_o mais on constate une nette augmentation du courant transporté par ces faces. On pourrait chercher à décrire la distribution réelle comme une superposition du courant de London i_L, du courant uniforme en volume i_N et du courant uniforme dans les faces parallèles au champ $i_{//}$

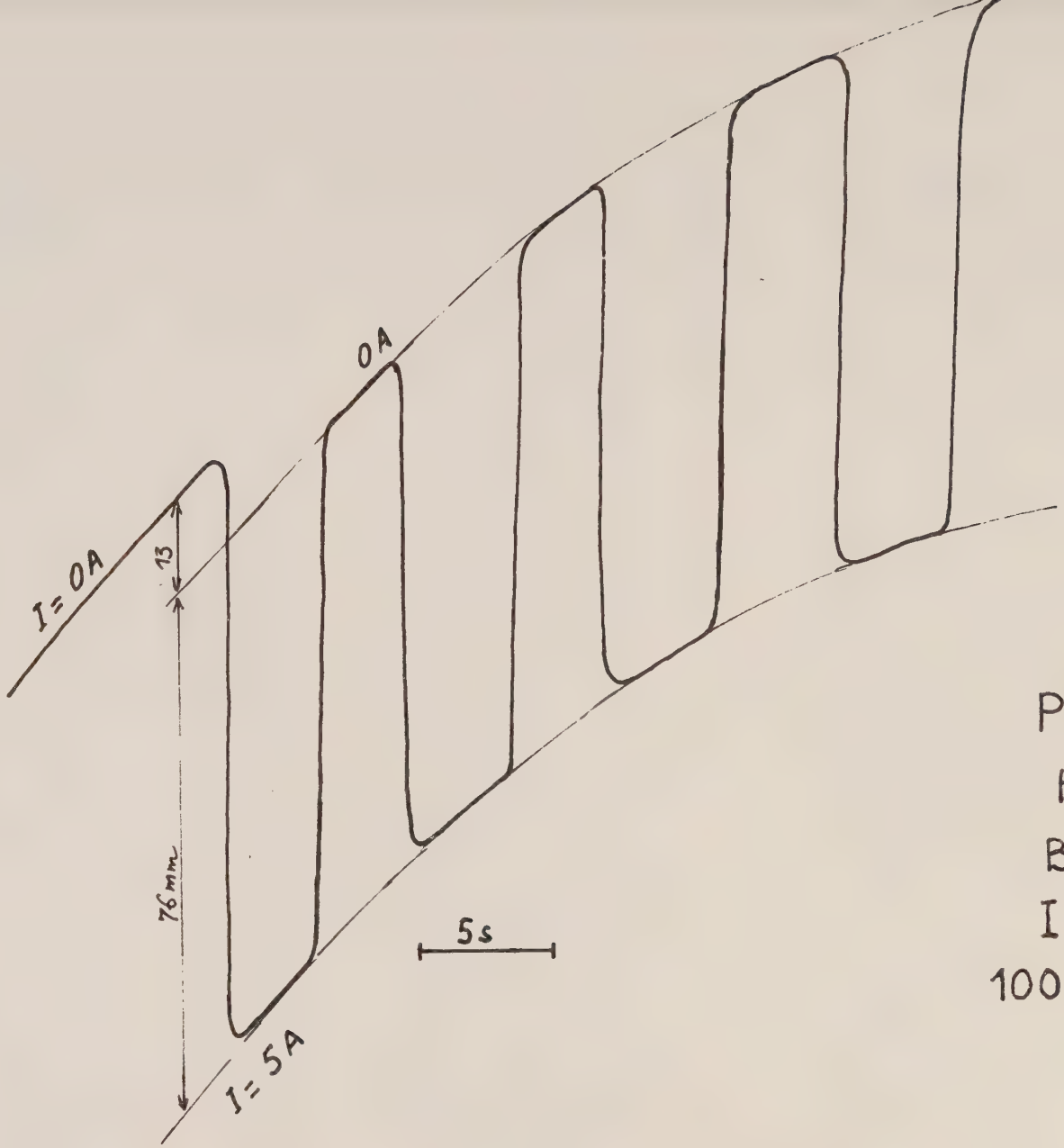
$$\dot{i} = a\,\dot{i}_L + b\,\dot{i}_N + c\,\dot{i}_{//}$$

pour cela, il faudrait mettre au moins autant de bobines autour de l'échantillon qu'il y a de coefficients à déterminer. Ce travail fastidieux donnerait une idée plus précise des distributions intermédiaires.

34. Effet du premier courant

Le fluxmètre enregistre la variation de flux dans les bobines quand on fait varier le courant traversant l'échantillon de 0 à 5A puis de 5A à 0. On trace ainsi une suite de créneaux comme ceux montrés sur la figure III.7. Les créneaux sont tous égaux entre eux pour un courant constant et ont une amplitude proportionnelle à ce courant. Cependant, on observe, dans un certain nombre de cas, que le signal ne retrouve pas sa valeur de départ lorsqu'on coupe le courant (compte tenu de la dérive du fluxmètre). On remarque que :

a) cet effet n'a lieu que lors du premier courant, les autres passages donnent lieu à des créneaux rigoureusement constants comme le montre la figure
b) cet effet ne se reproduit pas tant qu'on ne change pas la valeur du champ H_o
c) il n'a jamais lieu pour $H_o < 800$ Oe ni pour $H_o > 1300$ Oe (c'est la zone de champ pour laquelle les caractéristiques V-I sont non-linéaires)
d) l'amplitude de cet effet n'est pas reproductible du tout, son signe non plus. Il n'est ainsi pas possible de voir à quelle grandeur est lié cet effet, ni de comparer son intensité d'une face à l'autre
e) cet effet ne se produit pas si le changement de champ se produit en présence du courant.



Pb 2.8% In

H_o = 1000 Oe.

Bob. 8

I = 5A.

100mm ↔ 4,30 Oe

fig. III 7 Enregistrement typique des variations de flux

Nous attribuons cet effet à un changement de structure du V-réseau provoqué par l'application du courant. Ce changement de structure s'accompagne d'une variation du courant de diamagnétisme qui fait varier le champ h_D créé par ces courants à l'extérieur de l'échantillon. Il peut paraître surprenant que ce changement parfaitement admissible en soi ne se fasse pas en sens inverse quand le courant est coupé et qu'on ne revienne donc pas à la valeur initiale. Or nous "verrons" ce changement de structure dans l'étude de la diffraction neutronique au Chapitre IV. Nous verrons qu'il n'est important que dans la partie non linéaire de la caractéristique courant-tension, et qu'il ne se produit pas lors de la coupure brusque du courant, le V-réseau restant alors figé dans sa configuration avec courant.

4. CONCLUSIONS

Nous avons montré au Chapitre II que si le mouvement des tourbillons ne diminuait pas l'énergie libre $\mathcal{G}$, la répartition du courant de London en laissant rectilignes tous les tourbillons, la minimisait effectivement. L'expérience confirme ce résultat de façon indiscutable : tant qu'il n'y a pas dissipation (c'est-à-dire tant que le critère de l'énergie libre est valable) le courant garde en surface la répartition qu'il avait à $H_o = 0$.

Le champ pour lequel il y a changement de distribution n'est pas H_{c1} qui caractérise la transition entre l'état Meissner et l'état mixte, mais le champ H_D de début de dissipation.

Ces résultats remettent en cause la notion de densité de courant critique couramment utilisée par les fabricants pour caractériser leurs matériaux. Il est d'ailleurs notoire que ces densités ne servent qu'à comparer des conducteurs de formes peu différentes. J.P. Dosdat [50] aux laboratoires de Thomson-Brandt a étudié cette densité en fonction du rayon à des conducteurs d'un câble multibrins. Il trouve une variation en 1/a dans une large gamme de diamètres, ce qui montre bien que le I_c total est proportionnel à a, c'est-à-dire à la surface des conducteurs. L'étude des courants critiques en fonction

de la section des conducteurs est d'autant plus difficile que la surface joue un rôle prépondérant et que l'on est rarement sûr que son état est bien reproduit. A notre connaissance, la seule étude qui a été faite est celle de Joiner et Kuhl [51] qui arrivent aux mêmes conclusions, que I_c est proportionnel au périmètre du conducteur et non à sa section.

On note la coïncidence de la dissipation et de la pénétration en volume, c'est-à-dire de la déformation des tourbillons et on peut se demander si ces deux phénomènes ne sont pas directement liés. On constate aussi cette coïncidence dans la déformation des V-réseaux vue par diffraction de neutrons.

On remarque enfin que pour un tourbillon du volume de l'échantillon, la force d'entraînement, si elle s'écrit $j(x,y) \wedge \phi_o$ est très faible (j pénètre à peine) ; si le mouvement a lieu dès ce moment-là (tension non nulle), c'est qu'aucune autre force n'agit sur le tourbillon pour l'entraver et que le piégeage de volume est inopérant. Nous pensons qu'en fait la notion de piégeage individuel n'a pas de sens et que le mouvement des tourbillons doit être étudié de façon plus complexe en tenant compte d'un piégeage collectif et des forces d'interaction énormes entre tourbillons qui interviennent dès que le réseau tend à se déformer.

CHAPITRE IV

ETUDE DU RESEAU DE TOURBILLONS PAR DIFFRACTION DE NEUTRONS

1. CALCUL THEORIQUE DE LA SECTION EFFICACE DE DIFFUSION

11. Théorie de la diffusion à deux dimensions

Nous supposerons que les tourbillons occupent les noeuds d'un réseau dans le plan x,y.

$$\vec{R}_{mn} = m\vec{a} + n\vec{b}$$

Les neutrons se comportent comme des ondes quantiques qui arrivent selon la direction x avec un vecteur d'onde $\vec{k}_o$ et sont diffractés par la structure magnétique des vortex. Ces neutrons interagissent grâce à leur moment magnétique (de valeur $|\vec{\mu}| = 1{,}91 \frac{e\hbar}{m}$). Le potentiel d'interaction est $\vec{\mu}.\vec{B}$.

L'hamiltonien des neutrons en présence du champ magnétique s'écrit :

$$\mathcal{H} = \frac{p^2}{2m} + \vec{\mu}.\vec{B}$$

au premier ordre en B

et la fonction d'onde $\psi(r)$ est solution de

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi(r) + \vec{\mu}.\vec{B}\,\psi(r) = E\,\psi(r) \qquad (1)$$

On suppose que l'énergie propre E n'est pas modifiée par l'interaction (choc élastique) et est égale à $\frac{\hbar^2 k_o^2}{2m}$

$$\left(\Delta + k_o^2\right)\psi(x,y) = \frac{2m\mu}{\hbar^2}\,B(x,y)\,\psi(x,y)$$

Du fait de la symétrie du problème, nous avons supposé que la fonction d'onde ne dépend pas de z, c'est-à-dire que la surface d'onde est un cylindre de génératrice parallèle à Oz.

$$(\Delta + k_o^2)\, \psi(x,y) = C(x,y)\, \psi(x,y) \qquad (2)$$

Nous allons intégrer cette équation selon la méthode des fonctions de Green. Soit G(r,r') la solution de

$$(\Delta + k_o^2)\, G(r,r') = \delta(r-r') \qquad (3)$$

une solution particulière de l'équation sans second membre s'écrit alors :

$$\psi(r) = \iint C(r')\, \psi(r')\, G(r,r')\, d^2r'$$

Cherchons une solution qui ne dépende que de la différence $|r-r'| = R$. G doit satisfaire à

$$r \neq r' \qquad \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + k_o^2 \right) G(r-r') = 0$$

ou $R \neq 0$ $\qquad \left(\frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R} + k_o^2 \right) G(R) = 0$

G(R) est dans toute cette région une fonction de Bessel d'ordre zéro de la variable $k_o R$

$$G(R) = \alpha\, J_0(R) + \beta\, N_0(R)$$

Etudions à présent la singularité de cette fonction, pour R = 0. Faisons les développements limités de ces fonctions [61] quand $R \to 0$.

$$J(k_o R) \sim 1 + u_1 k_o R + \cdots$$

$$N(k_o R) \sim \frac{2}{\pi}\left(\operatorname{Log} \frac{k_o R}{2} + \gamma + v_1 k_o R + \cdots \right)$$

γ est la constante d'Euler, u_1 et v_1 des constantes numériques.

$$G(k_0R) \sim \beta \frac{2}{\pi} \operatorname{Log} \frac{k_0R}{2} + \left(\frac{2}{\pi}\beta\gamma + \alpha\right) + w_1 k_0 R -$$

D'autre part

$$\Delta \operatorname{Log} \frac{k_0R}{2} = - \Delta \operatorname{Log} \frac{1}{R}$$

Or (62)

$$\Delta \operatorname{Log} \frac{1}{R} = -2\pi \delta(\vec{R})$$

$$\Delta G \sim \frac{2\beta}{\pi} 2\pi \delta(\vec{R}) + \frac{1}{R} w_1 k_0$$

à l'ordre 0 en R.

En intégrant (3) sur un cercle de rayon ε

$$\int_0^{\varepsilon} \int_0^{2\pi} 4\beta \delta(\vec{R}) \, R dR d\theta + \frac{w_1 k_0}{R} R dR d\theta + k_0^2 \frac{2\beta}{\pi} \operatorname{Log} \frac{k_0R}{2} R dR d\theta = \iint \delta(\vec{R}) \, d^2R$$

en faisant maintenant tendre ε vers zéro, seule la première intégrale n'est pas nulle :

$$4\beta = 1$$

ce qui détermine β.

La deuxième constante d'intégration α, ne peut être déterminée que par les conditions aux limites pour $R \to \infty$ qui sont physiquement celles d'une onde cylindrique sortante, nous imposant (63) pour $G(k_0R)$ la proportionnalité à la fonction de Hankel $H_0^{(1)} = J_0 + i N_0$ ce qui impose

$$i\alpha = \beta = \frac{1}{4}$$

Le développement asymptotique de $G(k_0R)$ est alors

$$\frac{1}{4i}\sqrt{\frac{2}{\pi k_0 R}}\ \exp ik_0R.\exp -\frac{i\pi}{4} \quad + \quad \Theta_{(k_0R)^{-\frac{3}{2}}}.$$

avec $R = |\vec{r} - \vec{r'}|$

$\vec{r'}$ parcourt la zone d'interaction qui est limitée au volume du cristal. $R \to \infty$ c'est donc $r \to \infty$ (64)

$$R = |\vec{r}-\vec{r'}| = \sqrt{(\vec{r}-\vec{r'})(\vec{r}-\vec{r'})}$$

$$= r\left(1 - \frac{2rr'}{r^2} - \frac{r'^2}{r^2}\right)^{1/2}$$

$$\simeq r - \frac{\vec{r}.\vec{r'}}{r} + O(r^{-1})$$

en remplaçant dans le développement de G

$$G(r,r') \sim -\frac{i}{4}\, e^{-\frac{i\pi}{4}} \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 r}}\ e^{ik_0 r}\ e^{-i\vec{k}_r.\vec{r'}} \left(1 + \frac{r.r'}{r^2}\right)$$

$\vec{k}_r$ étant le vecteur de module k_0 dans la direction $\vec{r}$ $\left(\vec{k}_r = k_0 \frac{\vec{r}}{|r|}\right)$

La solution générale de l'équation (2) s'écrit, en tenant compte de la solution particulière de l'équation sans second membre qui satisfait aux conditions aux limites imposées notamment par l'incidence

$$\psi(r) = A e^{ik_0 z} + \int_{r'} G(r,r')\ C(r')\ \psi(r')\ d^2r'$$

L'intégrale portant sur toute la zone d'interaction où $C(r') \neq 0$

$$\psi(r) = A e^{ik_0 z} + \left[-\sqrt{\frac{2}{\pi k_0}}\ \frac{e^{\frac{i\pi}{4}}}{4} \int e^{-i\vec{k}_r\vec{r'}} C(r')\,\psi(r')\,d^2r\right] \frac{e^{ik_0 r}}{\sqrt{r}} \qquad (4)$$

On trouve bien une onde diffusée cylindrique $f(2\theta)\ \dfrac{e^{ik_0 r}}{\sqrt{r}}$

Pour calculer $f(2\theta)$ on se placera dans le cadre de l'approximation de Born ce qui revient à calculer le premier ordre de l'ittération de l'équation intégrale ci-dessus en prenant

$$\psi(r')) = \psi_0(r') = A e^{ik_0 r'}$$

$$f(2\theta)) = -\frac{1}{4}\sqrt{\frac{2}{\pi k_0}}\, e^{\frac{i\pi}{4}} \int C(r')\, e^{-i\vec{K}\vec{r}'}\, d^2r'$$

en appelant $\vec{K}$ le vecteur de diffusion $\vec{k}-\vec{k}_0$ (fig. 1A)

Et en remplaçant C(r') par sa valeur

$$f(2\theta) = -\frac{1}{4}\sqrt{\frac{2}{\pi k_0}}\, e^{\frac{i\pi}{4}}\ \frac{2m}{\hbar^2}\mu \int B(r')\, e^{-iKr'}\, d^2r' \qquad (5)$$

Pour parvenir à la notion de section efficace de diffusion, il nous faut calculer le nombre de neutrons ΔP traversant une petite surface $r\Delta\theta\ \Delta z$ située en r, θ hors du faisceau direct.

En notant $\vec{J}$ le courant de particules,

$$\Delta P = \vec{J}.\vec{\Delta S} = \frac{\hbar}{2mi}\left(\psi_d^* \nabla\psi_d - \psi_d \nabla\psi_d^*\right)\vec{r}\, d\theta dz$$

$$\psi_d = A f \frac{e^{ikr}}{\sqrt{r}}$$

$$\vec{\nabla}\psi_d \begin{cases} Af\left(ik\dfrac{e^{ikr}}{\sqrt{r}} - \dfrac{1}{2}\dfrac{e^{ikr}}{r\sqrt{r}}\right) \\ A\dfrac{e^{ikr}}{r\sqrt{r}}\dfrac{\partial f}{\partial\theta} \end{cases}$$

$$\frac{\vec{J}}{J} = \frac{|A|^2|f|^2}{r}\ \frac{\hbar k_0}{m}\ \frac{\vec{r}}{|r|}$$

$$\frac{\Delta P}{\Delta P} = |A|^2\ \frac{\hbar k}{m}\ |f|^2\, \Delta\theta\, \Delta z$$

Or $|A|^2 \frac{\hbar k_0}{m}$ est le flux incident ϕ_i de particules. Par définition, la section efficace est $\Delta\sigma = \frac{\Delta P}{\phi_i} = |f^2|\,\Delta\theta\,\Delta z$ et on peut définir alors une section efficace différentielle

$$\frac{\Delta\sigma}{\Delta\theta} = |f^2|\,\Delta z = \frac{1}{8\pi k_0}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^2 \mu^2\,\Delta z \left|\int B_r e^{-ikr} d^2r\right|^2 \qquad (6)$$

Δz étant la largeur active du compteur, c'est-à-dire l'extension du faisceau incident sur l'échantillon, selon l'axe des z.

12. Calcul pratique de section efficace dans quelques cas particuliers

I) B(r) étant périodique, on écrit la série de Fourier

$$B(r) = \sum_{hk} C_{hk}\, e^{i\vec{q}_{hk}\cdot\vec{r}}$$

avec

$$C_{hk} = \frac{1}{S_M}\int_{\text{Maille}} B(r)\, e^{-iq_{hk}r}\, d^2r$$

$\vec{q}_{hk}$ est un vecteur du réseau réciproque ; S_M la surface de la maille. Calculons d'abord

$$I = \int \sum_{hk} C_{hk}\, e^{iq_{hk}r} e^{-ikr}\, d^2r \int \sum_{h'k'} C^*_{h'k'}\, e^{-iq_{h'k'}r'} e^{ikr'}\, d^2r'$$

$$= \sum_{hk}\sum_{h'k'} C_{hk}\, C^*_{h'k'} \int e^{i(q_{hk}-k)r}\, d^2r \cdot \int e^{-i(q_{h'k'}-k)r'}\, d^2r'$$

$$\int e^{i(q_{hk}-k)r}\, d^2r\, (2\pi)^2\, \delta(q_{hk}-k) \qquad \text{(appendice 3)}$$

si $h,k = h',k'$ la fonction à intégrer est

$$e^{i(q_{hk}-q_{h'k'})r}.$$

ce qui donne zéro

si $h,k = h',k'$

$$I = \sum_{hk} (2\pi)^2 \left| C_{hk} \right|^2 \iint e^{i(q_{hk}-\kappa)r} \, \delta(q_{hk}-\kappa) \, d^2r$$

qui se calcule selon l'appendice 3

$$I = \sum_{hk} (2\pi)^2 \left| C_{hk} \right|^2 S_T \, \delta(q_{hk}-\kappa) \qquad (7a)$$

qui n'a de valeur non nulle que quand le vecteur de diffusion appartient au réseau réciproque.

2) Dans le cadre de l'approximation correspondant à des vortex très éloignés ($H \simeq H_{c_1}$)[14]

$$B + \lambda^2 \, \mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\, B = \phi_0 \sum_{mn} \delta(\vec{r} - \vec{R}_{mn})$$

$$B - \lambda^2 \Delta B = \phi_0 \sum_{mn} \delta(r - R_{mn})$$

prenons la transformée de Fourier des deux membres

$$\int B_{(r)} e^{-ipr} \, d^2r - \lambda^2 \int \Delta B_{(r)} e^{-ipr} \, d^2r = \phi_0 \sum_{mn} \int \delta(r-R_{mn}) e^{-ipr} \, d^2r$$

$$B_p + \lambda^2 p^2 B_p = \phi_0 \frac{(2\pi)^2}{S_M} \sum_{hk} \delta(p - q_{hk})$$

(voir appendice 1)

où S_M est la surface de la maille dans le plan x,y et q_{hk} un vecteur du réseau réciproque,

d'où

$$B_p = \phi_o \frac{(2\pi)^2}{S_M} \sum_{hk} \frac{\delta(p-q_{hk})}{1+\lambda^2 q_{hk}^2}$$

et $$I = |B_{p=k}|^2$$

$$= \phi_o^2 \frac{(2\pi)^2}{S_M} N \sum_{hk} \frac{\delta(p-q_{hk})}{1+\lambda^2 q_{hk}^2} \qquad \text{(ap. 2)}$$

or $$N = \frac{S}{S_M} \qquad \text{et} \qquad \phi_o = B S_M$$

$$I = \sum_{hk} B^2 S (2\pi)^2 \frac{1}{1+\lambda^2 q_{hk}^2} \delta(k-q_{hk}) \qquad \text{(7b)}$$

3) Nous pouvons faire aussi la supposition qu'autour de chaque vortex on peut approcher la fonction B(r) par une Gaussienne. C'est le cas près de H_{c2} dans la théorie d'Abrikosov [12].

$$b(r) = b_o \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) + \text{cste.}$$

Le champ total peut donc s'écrire :

$$B(r) = B_o + \sum_{mn} b(r - R_{mn})$$

$B_o + b_o$ est le champ au coeur de chaque tourbillon.

$$I = \left| \int \sum_{mn} b(r - R_{mn})\, e^{-iKr}\, d^2r \right|^2$$

$$= \left| \sum_{mn} e^{-iKR_{mn}} \int b(r - R_{mn})\, e^{-iK(r-R_{mn})}\, d^2(r - R_{mn}) \right|$$

$$= |I_1|^2 \left| \sum_{mn} e^{-iKR_{mn}} \right|^2$$

D'après l'appendice 2

$$I = |I_1|^2 \frac{(2\pi)^2}{S_M} N \sum_{hk} \delta(\vec{K} - \vec{q}_{hk})$$

avec $I_1 = \int b_o \exp - \frac{r^2}{2\sigma^2} \exp - iKr d^2r = 2\pi\sigma^2 b_o \exp - \frac{K^2\sigma^2}{2}$

et $S_M B_o + 2\pi\sigma^2 b_o = \phi_o$

$$I = \sum_{hk} (2\pi)^2 (B - B_o)^2 S \left(\exp - \frac{q_{hk}^2 \sigma^2}{2} \right)^2 \delta(\vec{K} - \vec{q}_{hk}) \qquad (7c)$$

B est l'induction moyenne dans tout l'échantillon ϕ_o / S_M .

Calcul pratique de $\delta(K-q)$

Dans les trois expressions précédentes, on trouve la fonction δ qui exprime que la diffusion ne se fait que dans les directions de Bragg, pourvu que le cristal ait la bonne orientation par rapport aux neutrons incidents. Mais dans la pratique, chaque noeud du réseau réciproque n'est pas ponctuel du fait notamment de l'imperfection du V-réseau. Pour pouvoir exploiter les formules 7a,b,c, il faut voir comment prendre en compte cet étalement des noeuds. Pour cela, nous allons effectuer deux intégrations dans le plan réciproque. La première sera assurée expérimentalement par le fait que l'ouverture

angulaire ($\Delta 2\theta$) du faisceau incident est grande devant l'étendue du noeud. (Si cela n'était pas, on verrait expérimentalement un pic de Bragg $N(2\theta)$ plus large que la simple largeur instrumentale et il faudrait faire alors une intensité intégrée sur ce pic). Le position du V-cristal est repérée par l'angle α que fait la direction fixe des neutrons incidents avec le vecteur particulier correspondant à la réflexion considérée. La deuxième intégration sera expérimentalement réalisée en faisant tourner le réseau réciproque (Rocking curve) autour de la position de réflexion maximale, de telle façon que ce balayage recouvre complètement la taille du noeud dans le réseau réciproque. On obtient, en prenant en compte l'aire de cette courbe $N(\alpha)$, l'intensité intégrée expérimentale attachée au noeud [hk] considéré (65) (66)

Calculons donc cette aire en fonction des coordonnées angulaires elliptiques 2θ et α (fig. IV,1b).

$$\vec{K} - \vec{q} = \overrightarrow{M_0 M} = k(2\theta - 2\theta_B)\,\vec{u}_{\perp k} + q(\alpha - \alpha_0)\,\vec{u}_{\perp q}$$

Comme ces deux vecteurs unitaires ne sont pas orthogonaux

$$(\vec{u}_{\perp k}, \vec{u}_{\perp q}) = \alpha_0 + d\alpha$$

$$\delta(\vec{K}-\vec{q}) = \frac{1}{\sin\alpha_0}\ \delta[k(2\theta-2\theta_B)]\ \delta[q(\alpha-\alpha_0)]$$

d'après l'appendice 4.

D'après les propriétés des fonctions δ

$$\delta(\vec{K}-\vec{q}) = \frac{1}{kq\sin\alpha_0}\ \delta(2\theta-2\theta_B)\ \delta(\alpha-\alpha_0)$$

ces deux dernières fonctions donnant 1 dans l'intégration en $d\theta$ et $d\alpha$

D'autre part : $\alpha_0 = \frac{\pi}{2} - \theta_{hk}$

$$q_{hk} = 2k_0 \sin\theta_{hk}.$$

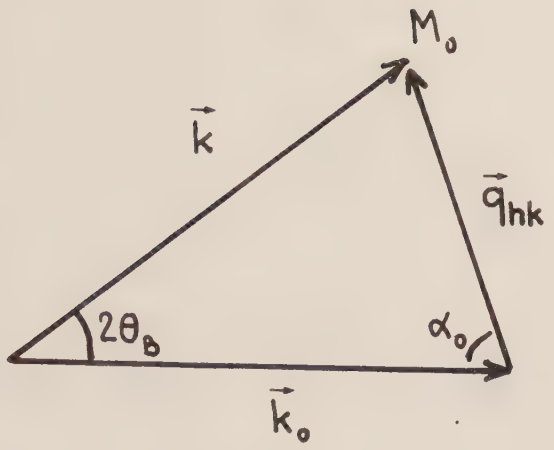


fig. IV-1a

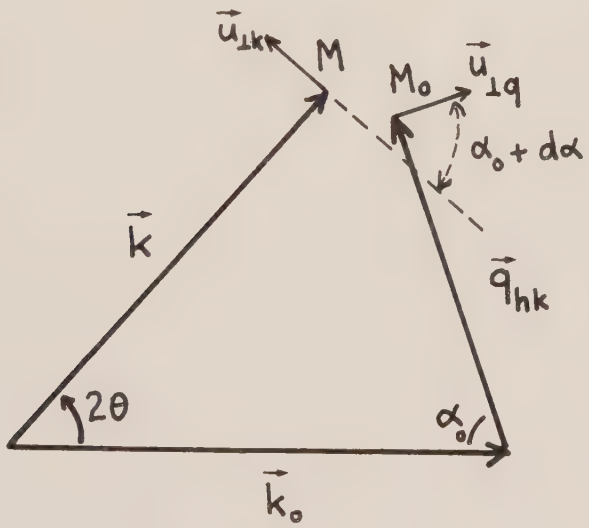


fig IV-1b

$$k_o = \frac{2\pi}{\lambda_N} .$$

d'où

$$\frac{1}{qk \sin\alpha_o} = \frac{\lambda_N^2}{(2\pi)^2 \sin 2\theta_{hk}}$$

Les sections efficaces intégrées s'écrivent alors selon le cas

$$\Delta\sigma_{hk} = \frac{\lambda_N^3}{4(2\pi)^2} \left(\frac{2m\mu}{\hbar^2}\right)^2 \frac{|C_{hk}|^2}{\sin 2\theta_{hk}} V \qquad (8a)$$

V étant le volume $S\Delta z$ de l'échantillon

$$\Delta\sigma_{hk} = \frac{\lambda_N^3}{4(2\pi)^2} \left(\frac{2m\mu}{\hbar^2}\right)^2 \frac{B^2}{\sin 2\theta_{hk}} \frac{1}{1+\lambda_s^2 q_{hk}^2} V \qquad (8b)$$

$$\Delta\sigma_{hk} = \frac{\lambda_N^3}{4(2\pi)^2} \left(\frac{2m\mu}{\hbar^2}\right)^2 (B-B_o)^2 \frac{\exp^2\left(-\frac{q_{hk}\sigma}{2}\right)^2}{\sin 2\theta_{hk}} V \qquad (8c)$$

Calculons un ordre de grandeur du flux diffracté dans le 2ème cas dans le cadre des hypothèses supplémentaires.

$\lambda_s = 400$ Å (Nb)

$\lambda_N = 4{,}3$ Å

$q_{10} = \frac{2\pi}{d_o} = 6.10^{-3}$ Å^{-1}

$(a_o = \frac{2d_o\sqrt{3}}{3} \simeq 1800$ Å$)$

$n = \frac{1}{S_M} = \frac{3}{2d_o^2\sqrt{3}} \simeq 0{,}7\ 10^{14}$ m^{-2}

$B \simeq 1000$ G.

$$\sin\theta_{10} \simeq \theta_{10} = \frac{q_{10}\,\lambda_N}{4\pi} \simeq 2.10^{-3} \text{ rad.}$$

$$\mu = 1{,}91 \frac{e\hbar}{m}$$

$$\frac{2m\mu}{\hbar^2} = 1{,}91 \cdot \frac{2\pi}{\phi_0}$$

$$\Delta\sigma_{10} = 4{,}5 \text{ V} \quad m^2$$

La proportion de neutrons diffractés est $\frac{1}{\mathcal{A}_\perp}\Delta\sigma_{10}$ où $\mathcal{A}_\perp$ est la section de l'échantillon perpendiculaire au faisceau neutronique. Si la longueur de l'échantillon est comme dans notre cas 1 cm, il y aura 4,5 % des neutrons diffractés ce qui montre que l'expérience est très parfaitement réalisable.

Une des hypothèses de ce calcul est que chaque tourbillon voit la même intensité de l'onde incidente. Si l'on veut à partir des pouvoirs réflecteurs expérimentaux remonter aux "facteurs de forme" C_{hk}, il est indispensable de s'assurer que cette hypothèse est bien correcte.

Deux causes principales peuvent faire diminuer ce flux neutronique incident sur chaque tourbillon :

a) l'absorption des neutrons par le cristal métallique. Pour le Niobium, celle-ci est négligeable. Ce ne sera peut-être plus le cas pour certains alliages où les constituants ont une section efficace d'absorption plus importante (Tantale et Indium par exemple),

b) la diffraction sur les premiers tourbillons rencontrés est telle que les neutrons non diffractés diminuent considérablement au cours de leur traversée du V-cristal.

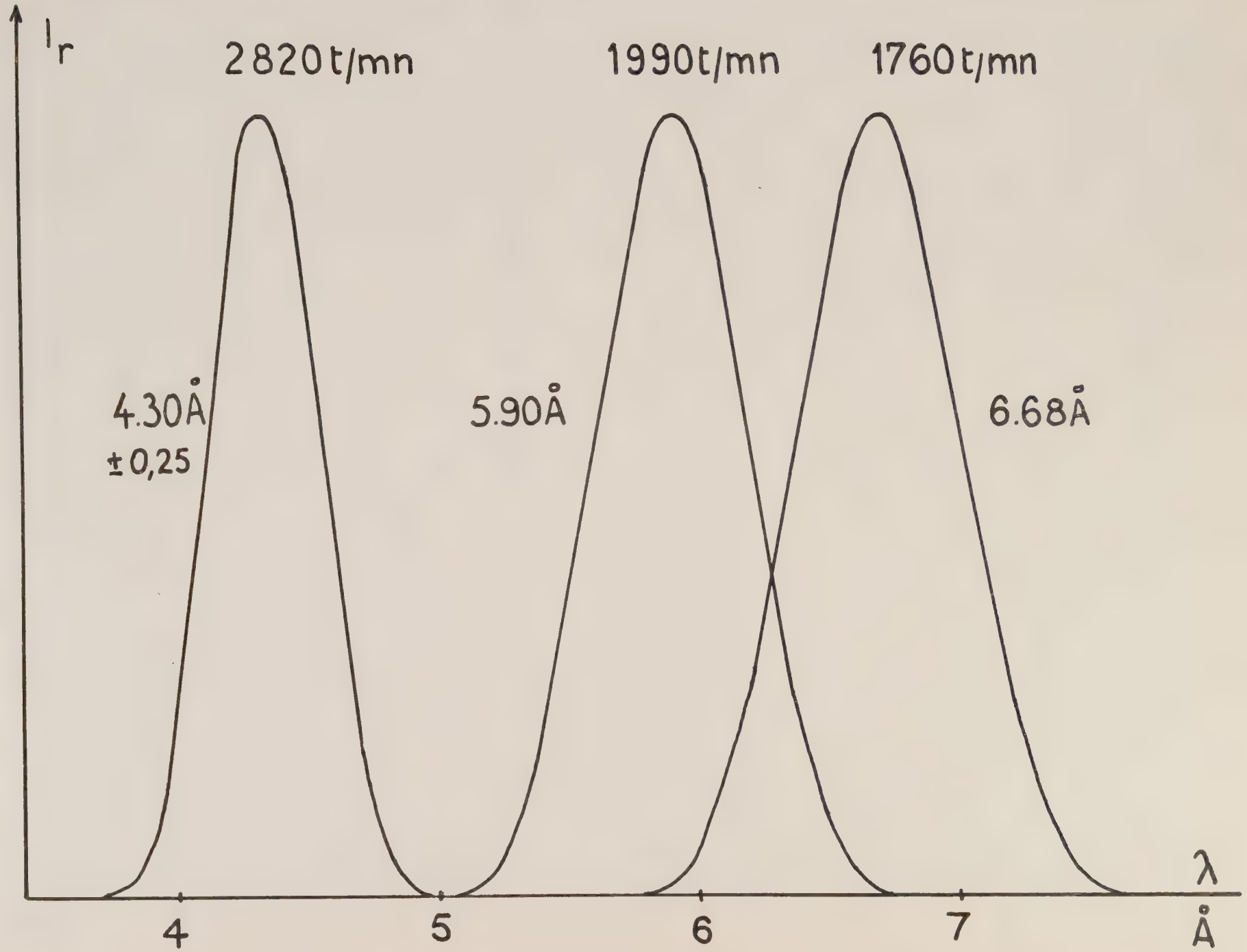


fig IV-2

Nous donnons deux réponses à cela :

a) sur le plan théorique, on peut noter que le nombre de centres diffuseurs est très petit dans ce cas par rapport à celui des noyaux atomiques dans les cristaux métalliques. Cela peut s'exprimer en disant que la taille comparée des V-cristaux est toujours petite. Autrement dit : la distance entre tourbillon étant 1000 Å alors que la distance inter-noyau n'est que de 5 Å, les V-cristaux sont toujours 200 fois plus petits vis-à-vis des neutrons qu'ils ne le paraissent géométriquement. Et le problème de cette extinction ne se pose pas pour de si petits cristaux ;

b) sur le plan pratique, nous verrons que nous disposons d'un moyen de faire varier la mosaïcité des V-cristaux. On constate que la perfection de ceux-ci n'a aucune incidence sur le pouvoir réflecteur intégré, ce qui prouve expérimentalement que ce type d'extinction n'intervient pas.

2. MISE EN PLACE EXPERIMENTALE

Les dimensions de la maille d'un réseau de vortex sont de l'ordre de 1000 Å. La relation de diffraction de Bragg

$$q_{hk} = 2 k_o \sin \theta_{hk}$$

s'écrit encore

$$2 d_{hk} \sin \theta_{hk} = \lambda_N$$

où d_{hk} est la distance interréticulaire.

Il serait agréable que les neutrons aient une longueur d'onde de cet ordre de grandeur, mais on peut envisager de descendre vers quelques Angströms si l'on accepte de travailler avec de petits angles de diffraction. Pour que cette longueur d'onde soit de 4 Å, il faut que la vitesse des neutrons soit d'environ 1000 m/s. Les neutrons thermiques sortant d'un réacteur ont des vitesses de

l'ordre de 4000 m/s. Il sera donc indispensable de les ralentir efficacement.

21. Description de la source de Neutrons

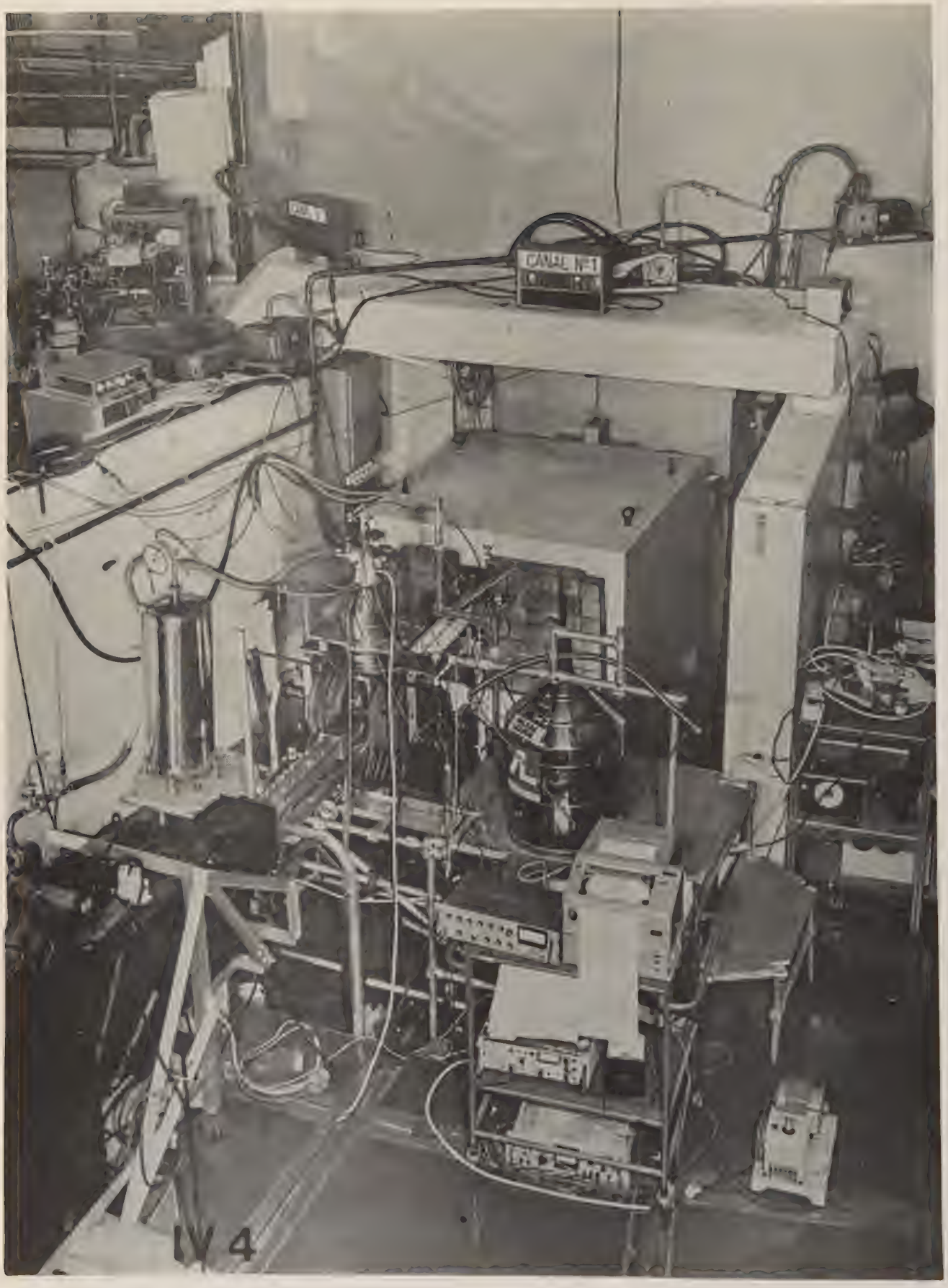
La source de Neutrons que nous avons utilisée est le réacteur E L 3 du centre d'études nucléaires de Saclay. Cette pile produit des neutrons thermiques que l'on ralentit par passage dans une "boîte" remplie d'hydrogène liquide [23] qui augmente le nombre des neutrons de grande longueur d'onde. Le faisceau passe alors à travers un polycristal de Beryllium qui diffracte tous les neutrons de longueur d'onde inférieure à 4 Å. Le faisceau traverse ensuite un monochromateur à roue qui permet d'obtenir une longueur d'onde variable avec une résolution de $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \pm 6\ \%$ (fig. IV,2). Le collimateur qui détermine l'ouverture angulaire du faisceau est constitué de 9 grilles placées perpendiculairement au faisceau. Chaque grille est composée de 12 fentes horizontales de 1 mm de largeur espacées par un intervalle de 1 mm de Cadmium (fig. IV,3).

Derrière l'échantillon est placé un collimateur identique au premier. Il peut tourner autour de l'axe Oz' du champ magnétique. L'angle entre le faisceau incident et la direction définie par le collimateur d'analyse est appelé 2θ. La largeur angulaire du faisceau ainsi réalisé est de $\pm\ 10^{-3}$ rad ($\pm$ 3,5').

22. Echantillons

Les échantillons sont des plaquettes rectangulaires Δx = 10 mm, Δy = 25 mm, Δz = 1 mm. A partir de ces plaquettes, ont été taillées par étincellage diverses formes que l'on rencontrera par la suite. Ils sont en niobium monocristallin dégazé 5 jours à 2000°C sous 10^{-9} Torr, qui nous a été fourni par le Laboratoire de l'Alcatel à Bruyères-le-Chatel. L'axe [111] est parallèle à la direction Oy. Les axes Ox et Oz étant respectivement proches de $[5\bar{6}1]$ et $[53\bar{8}]$ (l'axe Oz est environ à 9° d'un axe [110]). Le recuit est indispensable pour diminuer l'hystérésis des courbes d'aimantation et le flux piégé [67]. Il est ensuite réalisé un polissage

IV 3


CANAL N°1
LV 4

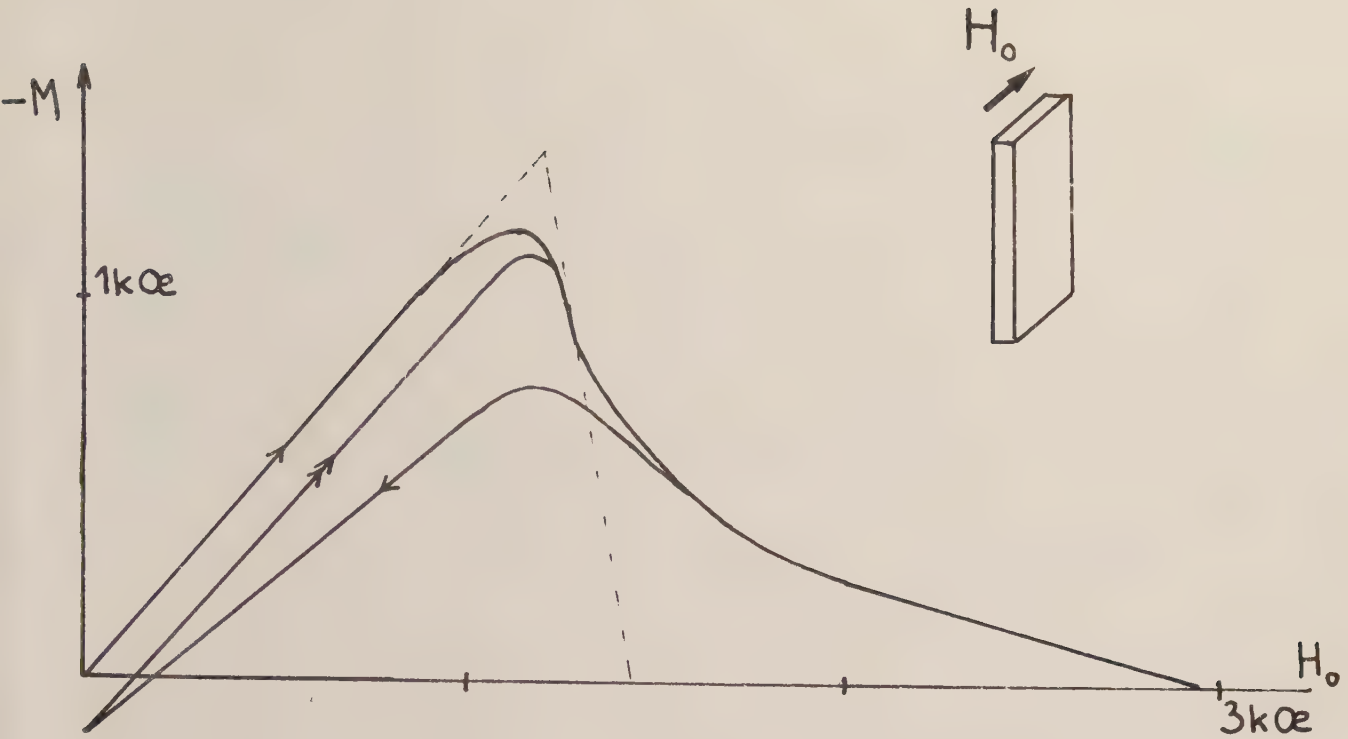


fig. IV 5a Courbe d'aimantation

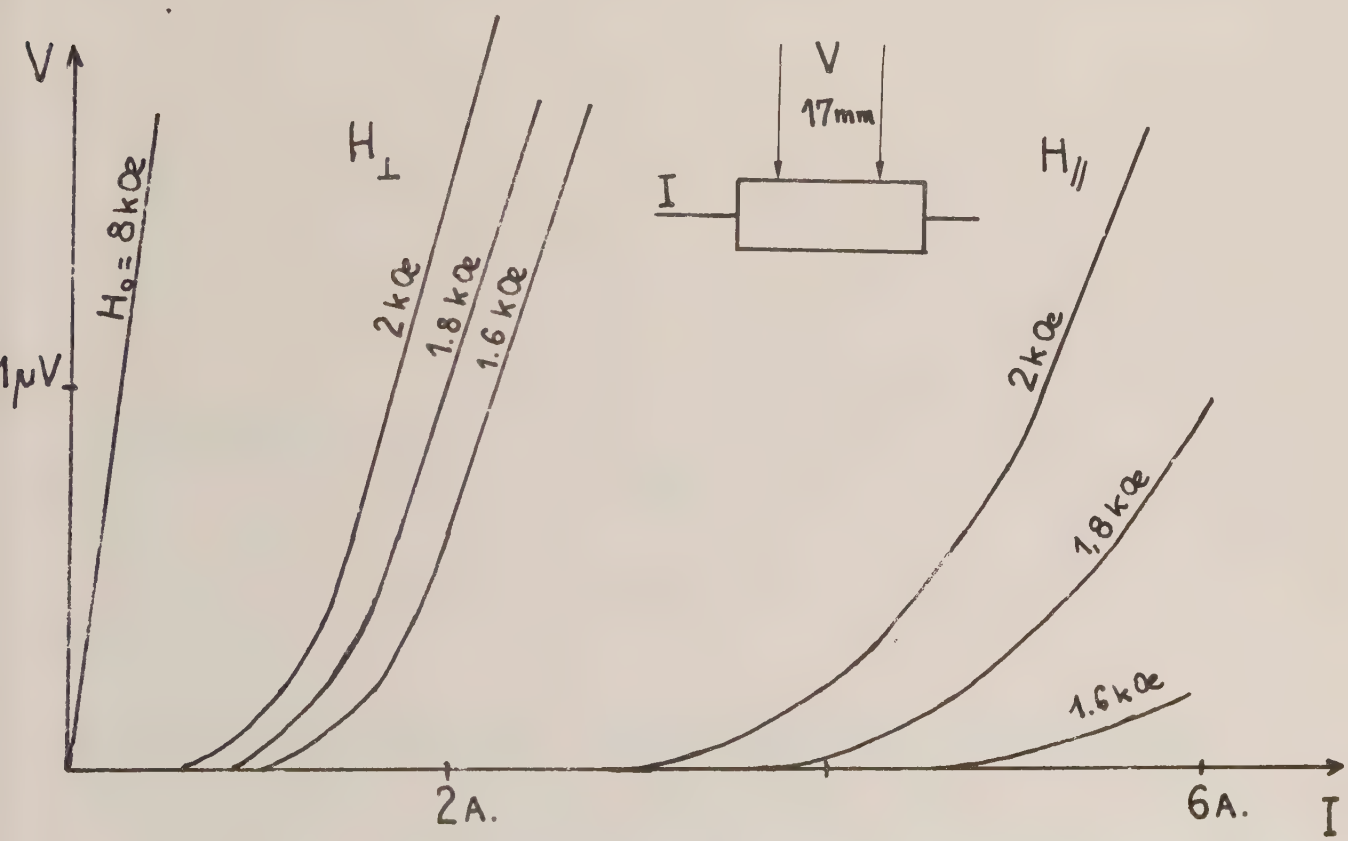


fig. IV 5b Caractéristiques V-I

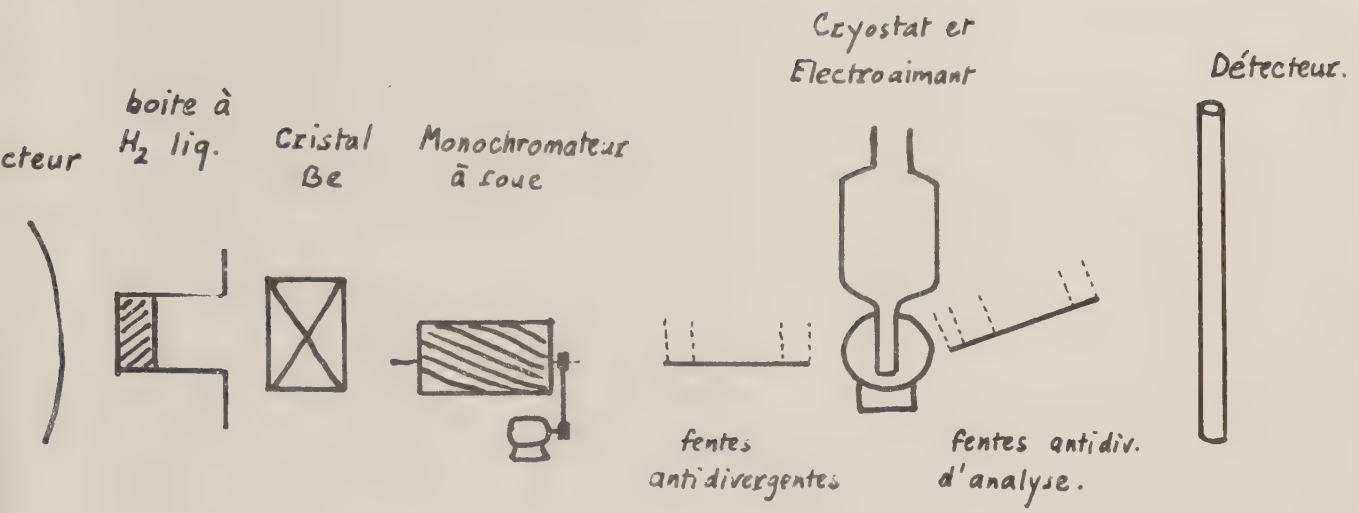


fig IV 6 a Schéma général de l'expérience

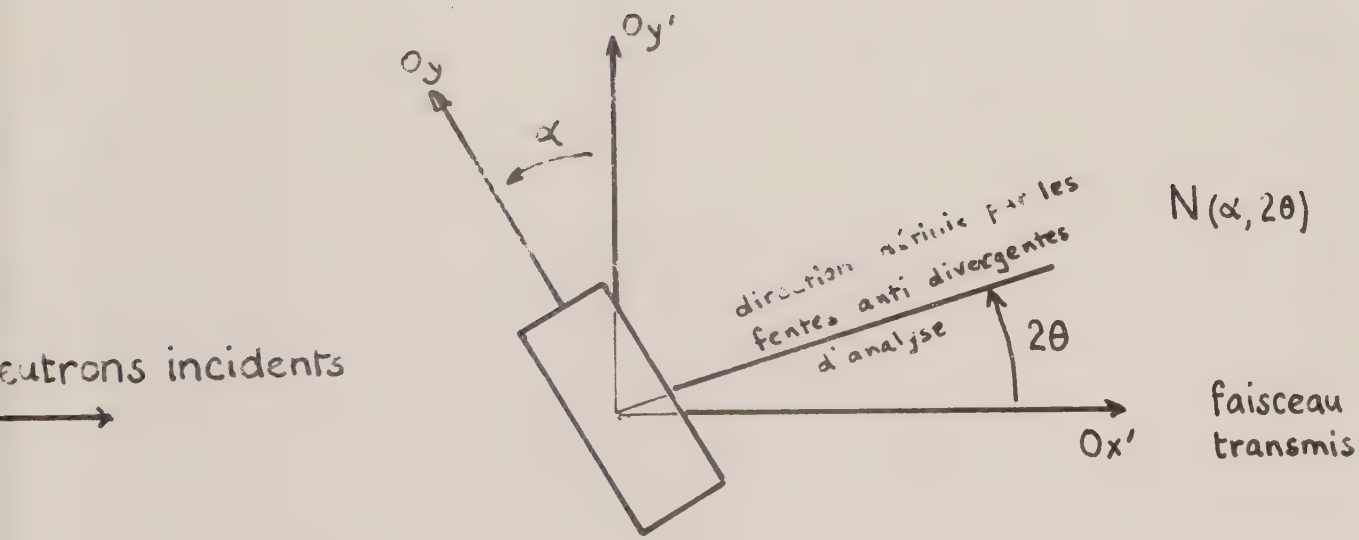


fig IV 6 b définition des paramètres de la mesure

IV 7

électrochimique avec un mélange de 20 % FH 80 % H_2SO_4 maintenu à zéro degré, dont le but est de diminuer les courants critiques [68]. Au cours du temps et selon l'histoire des échantillons, ce courant critique augmente ; un polissage électrochimique lui fait retrouver sa valeur initiale. Les extrêmités des échantillons sont sablées et cuivrées pour permettre la soudure à l'étain des amenées de courant. Les prises de tension sont de fins fils d'Argent collés sur l'échantillon avec de la laque à l'Argent (n° 245 de Dagussa).

De façon à diminuer au maximum le flux parasite de neutrons, l'échantillon est enserré dans un cache en araldite chargée d'Oxyde de Gadolinium. Ce cache ne laisse passer que 15 mm de hauteur du faïsceau de neutrons. Tournant vers l'échantillon le volume traversé par les neutrons reste à peu près constant et égal à 15 x 10 x 1 = 150mm^3 (voir fig. IV,4). Ainsi, les parties qui ont été dépolies pour souder les fils de courant ne sont pas vues par les neutrons.

Les propriétés magnétiques d'un échantillon sont montrées par la figure 5a (H_{c2} = 2900 Oe). Ses propriétés électriques Fig. 5b. Le rapport de résistivité ρ 300°K/ ρ 4°K n'est que de 80.

23. Dispositif expérimental

Le faisceau de Neutrons, la verticale, la direction du champ magnétique extérieur forment le repère trirectangle du laboratoire Ox'y'z'. L'axe Oz' est aussi celui autour duquel tournent
a) les fentes collimatrices d'analyse
b) l'échantillon.

L'axe Oy de l'échantillon fait un angle variable avec la verticale Oy'. Cette variation peut se faire de deux façons :
a) amplitude $\pm$ 5° en basculant l'ensemble de l'électroaimant, du cryostat et de l'échantillon autour de Oz'. Ce mouvement, très précis, permet de mesurer des variations de α de 3'
b) amplitude $\pm$ 40° en basculant l'échantillon seul dans le cryostat et le champ magnétique. Du fait de la tringlerie et des jeux mécaniques la fidélité de ce mouvement est de l'ordre de 1°.

Il convient de noter ici que les dilatations internes du cryostat et du porte-échantillon, le montage de l'échantillon sur son support, les jeux divers du mécanisme de rotation font que la position de départ $\alpha = 0$ n'est pas connue à mieux que $\pm 4°$ car on apprécie la verticale en repérant la position de l'échantillon à la température ambiante et hors du cryostat.

24. Technique expérimentale

On mesure l'intensité $N(\alpha, 2\theta)$ du faisceau diffracté dans une direction faisant un angle 2θ avec Ox', en fonction de l'angle $\alpha = (Oy, Oy')$. Un pic de Bragg dans la courbe $N(\alpha=\alpha_{ij}, 2\theta)$ indique un ordre cristallin dans le réseau de vortex. On en déduit la distance interréticulaire $d_{ij} = \frac{\lambda_N}{2\theta_B}$. La largeur à mi-hauteur de ce pic nous indique la perfection du réseau : une largeur supérieure à la largeur instrumentale s'interprète en disant que le paramètre n'est pas parfaitement défini. Un désordre plus grand (structure liquide ou vitreuse) se traduit par une diffusion centrale, c'est-à-dire un élargissement de la base du faisceau transmis ($2\theta = 0$).

Un pic dans la courbe $N(\alpha, 2\theta = 2\theta_B)$ indique qu'il y a une direction privilégiée de plans de Bragg, c'est-à-dire un monocristal. Au contraire, si N ne dépend pas de α, on a affaire à une poudre[23].

Pour trouver le maximum de $N(\alpha, 2\theta)$, on procède de la façon suivante : on se place à la position présumée de $2\theta_B$ et on fait un balayage en α à grande variation pour chercher un pic approché. La forme du pic est alors affectée par le mouvement de l'échantillon dans le champ et il est nécessaire de "fabriquer" un nouveau cristal de vortex en croissant H au-dessus de H_{c2} ou en réchauffant l'échantillon à $H = 0$ et en revenant à la valeur de travail. On précise alors la valeur de $2\theta_B$ en faisant un pic de Bragg. Enfin, on fait un balayage en α à petite variation pour déterminer la forme et l'extension du pic de la Rocking curve (cette fois en tournant l'échantillon et le champ ensemble, ce qui ne modifie pas la forme).

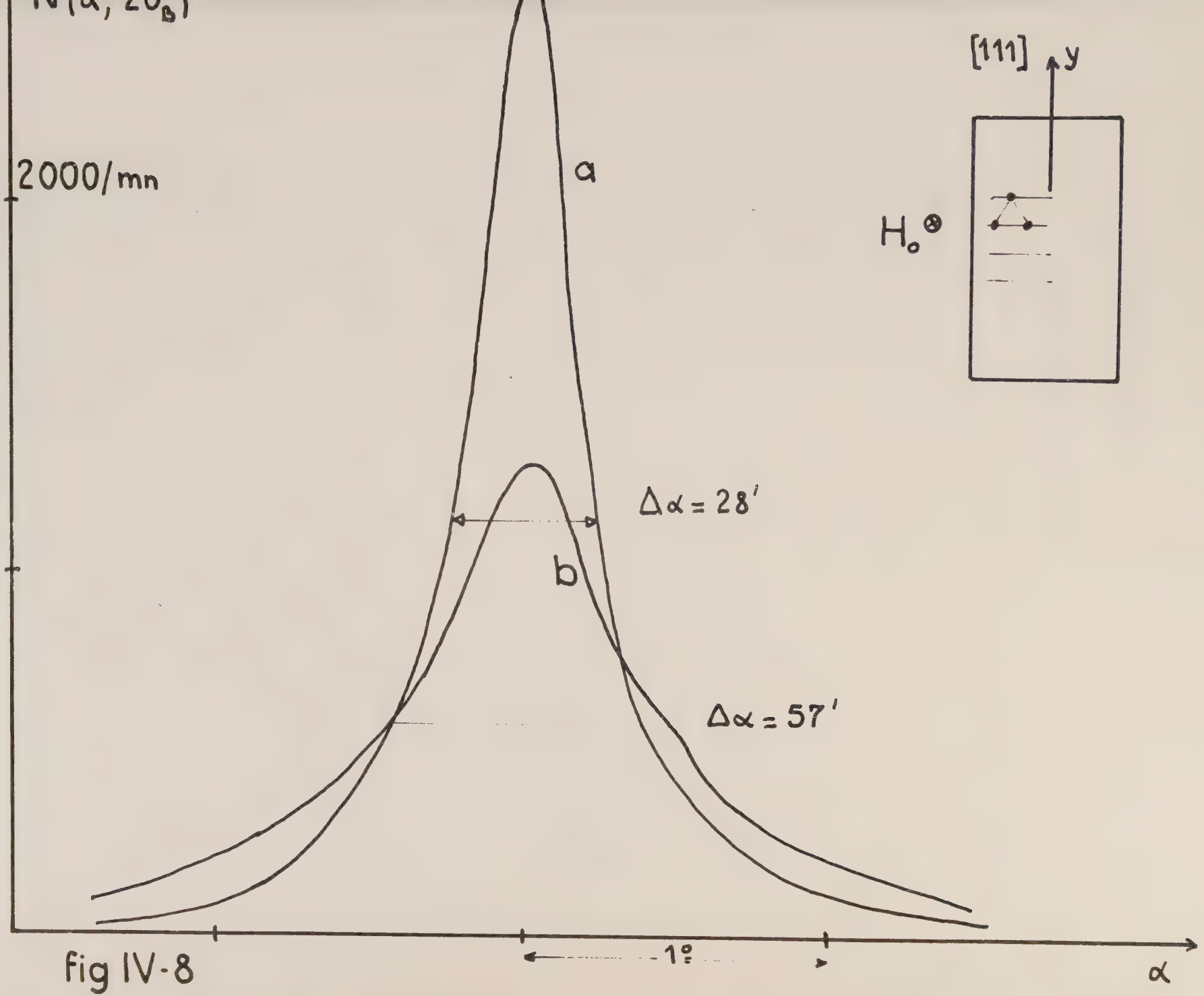


fig IV-8

3. RESULTATS SANS COURANT

31. Monocristal de tourbillons

Notre premier résultat est la mise en évidence d'un monocristal unique de tourbillons dans l'échantillon. Ce cristal a sa mosaïcité la plus faible ($\Delta\alpha$ = 28') quand l'échantillon a été "fabriqué" en champ décroissant ($0 \rightarrow H_{c2} \rightarrow H$ = 1500 Oe) (fig. 8a). En première aimantation, la largeur à mi-hauteur de la Rocking Curve est plus grande ($\Delta\alpha \simeq$ 60') (fig. 8b) et sa forme est moins régulière. L'exploration en α de - 40° à + 40° montre que ce cristal de vortex est bien unique : à 10° du sommet, on ne mesure rien de plus que le bruit de fond. On ne voit aucun élargissement du faisceau transmis, ce qui prouve qu'il n'y a pas de zone "liquide" de surface appréciable. On note, d'autre part, que la largeur du pic de Bragg égale la largeur instrumentale ce qui prouve l'homogénéité du paramètre cristallin. Grâce à ce monocristal, les intensités observées sont environ quatre fois plus grandes que dans les mesures de Cribier et coauteurs [23] alors que l'échantillon est d'un volume 10 fois plus petit. Ceux-ci en effet avaient un spectre de poudre.

32. Pics d'ordre supérieur

La recherche de ces pics nous est permise par cette grande intensité [69]. Cependant, étant donnée la petite taille de notre échantillon (0,15 cm^3), nous n'avons pu observer que les pics correspondant aux noeuds [10], [20], [11] du réseau réciproque à deux dimensions. Ceci nous a permis de vérifier que le réseau était triangulaire par de simples mesures angulaires (table 1). La reproductibilité des positions de pic est d'une dixaine de minutes lorsqu'on refait l'échantillon de vortex sans réchauffer ce qui peut être dû à un jeu mécanique. La reproductibilité des amplitudes d'un jour à l'autre est d'environ 10 % et elle est fortement corrélée à la façon dont on fabrique l'échantillon (cette reproductibilité est cependant bien meilleure que dans la réf. 23). La rotation en α de l'échantillon dans le champ magnétique fixe modifie la forme de la courbe $N(\alpha)$ en augmentant sa hauteur et en

diminuant sa largeur. (fig. 8c). Ce comportement lors du mouvement se répercute sur la précision des mesures d'intensité relative des pics en fonction du champ magnétique qui sont rapportées dans la table 2.

La possibilité de mesure des intensités de ces pics successifs qui sont proprotionnelles aux coefficients de la série de Fourier $|h_{kl}|^2$ du champ périodique local permet d'avoir des informations sur la carte de ce champ $h(r)$ autour de chaque vortex et de comparer les différentes théories [19].

L'augmentation du volume de l'échantillon et la mise au point de techniques de perfectionnement du cristal que nous allons voir dans les paragraphes suivantes doit permettre d'étudier les pics d'ordre plus élevé et leur variation avec la température. On peut également envisager de tester ces théories par l'étude de la section efficace en fonction de $|q_{hk}|$ pour diverses valeurs de B comme l'ont fait récemment J. Schelten, H. Ullmaier et W. Schmatz [70] et de comparer avec la section efficace calculée d'après un modèle testé.

33. Variation de θ_{10} en fonction du champ appliqué

Une étude de la position du pic de Bragg en fonction de l'induction magnétique nous permet de déterminer la courbe $a_{10}(B)$ dans l'hypothèse où $B = \mu_o H_o$ (facteur démagnétisant égal à 1). Nous voyons sur la figure 9 que cette courbe est une droite en H_o conformément à ce que l'on attend d'un réseau triangulaire, sauf pour les faibles inductions (inférieur à 400 Oe) pour lesquelles la distance intervortex tend vers une limite supérieure. Cette région s'accompagne d'un élargissement important des rocking-curves et d'une baisse de l'intensité intégrée. L'induction ne diminue pas alors par écartement des tourbillons mais par création de zones d'état Meissner exemptes de vortex. Cet état intermédiaire mixte a été étudié par divers auteurs, notamment dans les alliages de plomb [71].

Nous avons mesuré la distance maximale

$$a_M = 2350 \text{ Å} \quad (B_o \simeq 500 \text{ G})$$

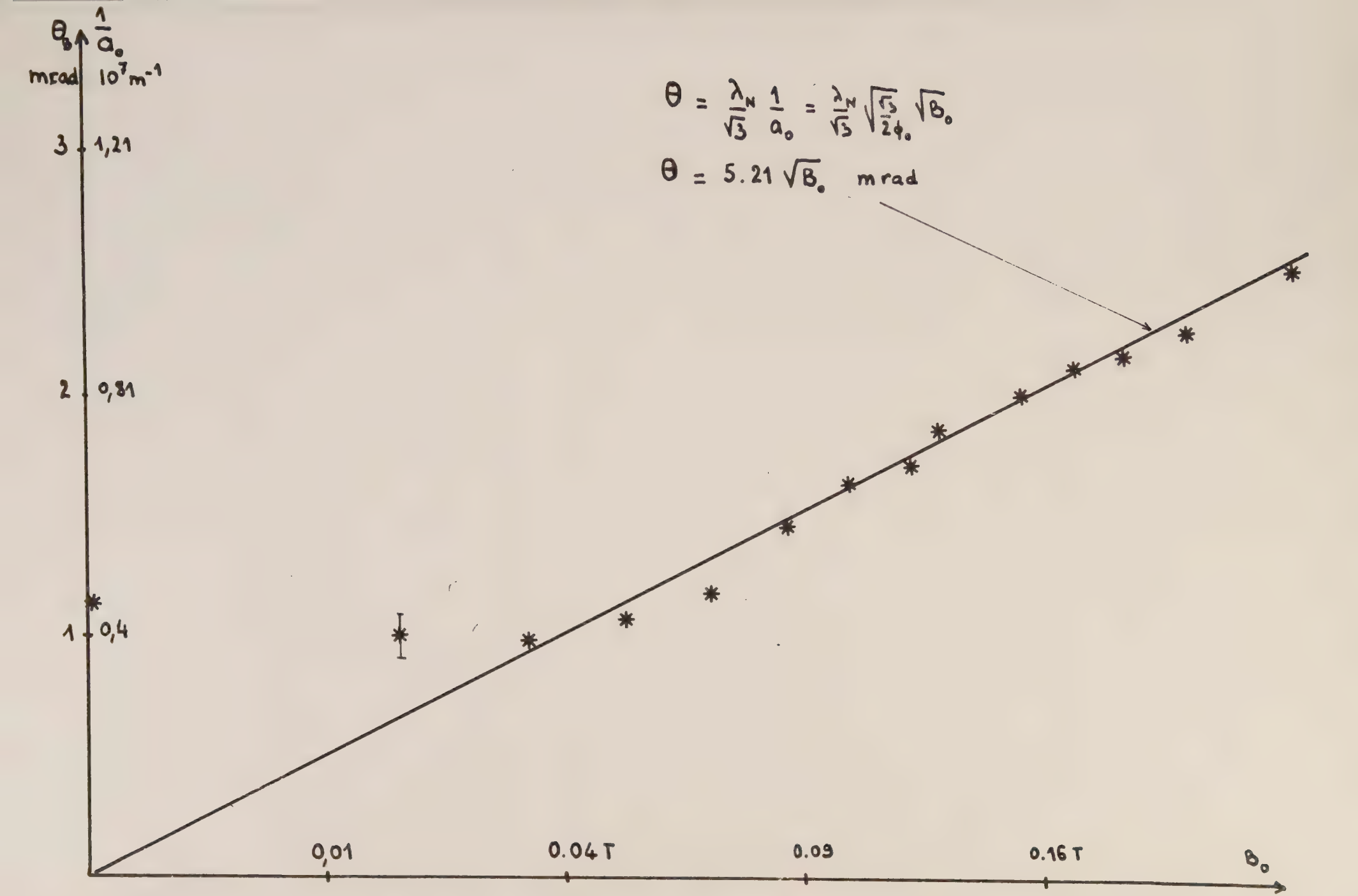


fig IV·9 Angle de Bragg en fonction du champ appliqué

TABLEAU I

	$2\theta_0$		$\Delta\alpha_{ij} = \alpha_{ij} - \alpha_{10}$	
	Valeurs théoriques pour réseau triangulaire	Mesuré	Valeurs théoriques pour réseau triangulaire	Mesuré
10	$2\theta_0$	$14' \pm 2'$	α_{10}	pris comme référence
20	$4\theta_0 = 28'$	$28' \pm 2'$	$\Delta\alpha_{20} = \theta_0$	$10' \pm 4'$
11	$2\sqrt{3}\theta_0 = 24'$	$23' \pm 2'$	$\Delta\alpha_{11} = 30°$	$31° \pm 1°$

Ces valeurs sont mesurées pour H = 1500 Oe. Les incertitudes sur les angles proviennent seulement du dispositif expérimental qui n'est pas bien adapté aux grandes mesures angulaires des variations de .

TABLEAU II

	1250 Oe	1500 Oe	1750 Oe
10	1	1	1
20	2,5 ± 0,5 %	1,3 %	0,6 % ± 0,1
11	2,9 ± 0,2 %	3,2 ± 0,5 %	3 %

Intensités relatives des pics de Bragg comparés à celles du [1.0]. Ces valeurs sont obtenues sur un cristal de vortex créé en décroissant le champ à partir d'une valeur supérieure à H_{c2}. Nous avons trouvé expérimentalement que c'était la meilleure condition pour obtenir des résultats bien reproductibles.

Ce résultat est à comparer à ceux de

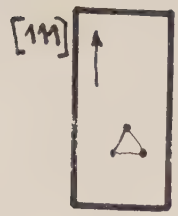
Cribier et coauteurs : 1920 Å (réf. 23)
Schelten et coaut. : 1900 Å (réf. 70)
Letellier : 4000 Å (réf. 68)

Cette diversité des résultats est à rapprocher des conclusions des réf. 71, la distance a_M augmentant fortement quand κ augmente. Ce serait une étude à faire que de vérifier la même loi pour le niobium. Des modèles non locaux en cours de développement [16] [20] prévoient cette interaction attractive à longue distance pour les tourbillons. (Il faut cependant remarquer qu'il reste un certain flux piégé en champ nul dans ces échantillons et que ce phénomène peut conduire à une distance limite dans la mesure où les vortex ne sortent plus alors de l'échantillon ; mais alors le pouvoir diffusant devrait rester constant, ce qui n'est pas notre cas étant données les variations de forme et d'aire des rocking-curves).

34. Rôle des axes cristallins dans l'orientation du V-réseau

Nous avons fait de nombreuses mesures en faisant varier la forme géométrique de nos échantillons. Ils ont tous été taillés par étincellage à partir du même monocristal de niobium, puis polis électrochimiquement. Ce sont des lames de 1 mm d'épaisseur. Seuls font exception le cylindre (échantillon h) qui est un de ceux utilisés en référence 23, repris et dégazé sous ultravide, et le polycristal (échantillon j). La figure IV,10 donne le résumé de nos résultats sur la corrélation entre la direction du réseau cristallin du niobium et celle du réseau du V-cristal.

Dans le montage tel qu'il a été réalisé on ne peut pas repérer la position de l'axe cristallographique privilégié à mieux que $\pm$ 3°. A cette précision on trouve que dans les échantillons a, b, c, d, e, f, h, k la hauteur du triangle équilatéral de base est parallèle à l'axe [1,1,1] . Notons que cet axe est une direction de forte anisotropie pour les propriétés supraconductrices : le champ critique H_{c2} [72] et la largeur de la bande interdite (gap) [73] sont maximum pour cette direction. Dans l'échantillon i on observe le parallélisme



a $\Delta\alpha = 28'$

b $\Delta\alpha = 100'$

c $\Delta\alpha = 60'$

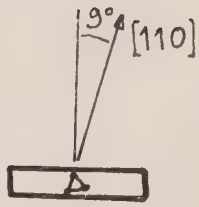
d $\Delta\alpha = 42'$

e $\Delta\alpha = 60'$

f $\Delta\alpha = 60'$

g_1 : 1° $\Delta\alpha = 70'$
g_2 : 2° $\Delta\alpha = 85'$

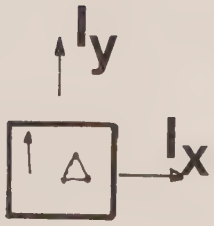
h $\Delta\alpha = 180'$



i $\Delta\alpha = 300'$

polycristal

j $\Delta\alpha \simeq 20°$



k

$H_o = 1.5\,kOe$

fig IV·10

d'un côté du triangle de base par rapport à l'axe [110] . Or d'après les références précédentes, cette direction correspond à un minimum relatif pour le gap et pour H_{c2}. La même observation a été faite récemment par J. Schelten et coauteurs [70] sur un cylindre de Nb monocristallin.

Les techniques de décoration ont permis récemment de mettre en évidence sur les alliages de plomb de faible κ une corrélation entre V-réseau et réseau cristallin [74], alors que cette méthode n'avait auparavant établi qu'une corrélation entre la structure du V-cristal (carré ou triangulaire) et l'axe cristallin parallèle au champ extérieur [75]. Dans nos échantillons, le champ extérieur n'est parallèle à aucun axe de symétrie : il fait un angle de 9° avec l'axe [110] (h et i exceptés) et le réseau y est toujours triangulaire équilatéral.

Ces faits expérimentaux ne peuvent être interprétés dans le cadre de la théorie GLAG pour laquelle les propriétés supraconductrices du milieu sont isotropes. De même les théories plus élaborées, telle celle de Eilenberger et Büttner [16] ne prennent en compte ni l'anisotropie de la surface de Fermi, ni l'anisotropie de l'interaction électron-phonon. Nous en sommes donc réduits, tout comme les auteurs qui ont observé les mêmes corrélations [74] [70] à remarquer que les lignes de forte densité de vortex se placent parallèlement aux directions où le gap est minimum relatif ([110] pour le niobium) ou bien perpendiculairement aux directions selon lesquelles le gap est maximum relatif ([111] pour le niobium). Ceci est compatible avec une expression de l'énergie d'interaction entre deux tourbillons fonction décroissante du gap, pour un paramètre inter-vortex constant (c'est-à-dire une induction B donnée).

K. Takanaka [21] a très récemment étudié théoriquement l'effet de non sphéricité de la surface de Fermi pour le niobium (sans considérer l'existence d'une double bande ni l'anisotropie du couplage électron-phonon). Il prévoit qu'il n'y a pas d'effet de corrélation entre les deux types de réseaux si H_o est parallèle à l'axe [111] (disposition de l'échantillon i) et si le réseau est parfaitement

équilatéral (ce qui est toujours notre cas). Nos résultats semblent être en contradiction avec ces prévisions.

35. Rôle des faces parallèles au champ magnétique

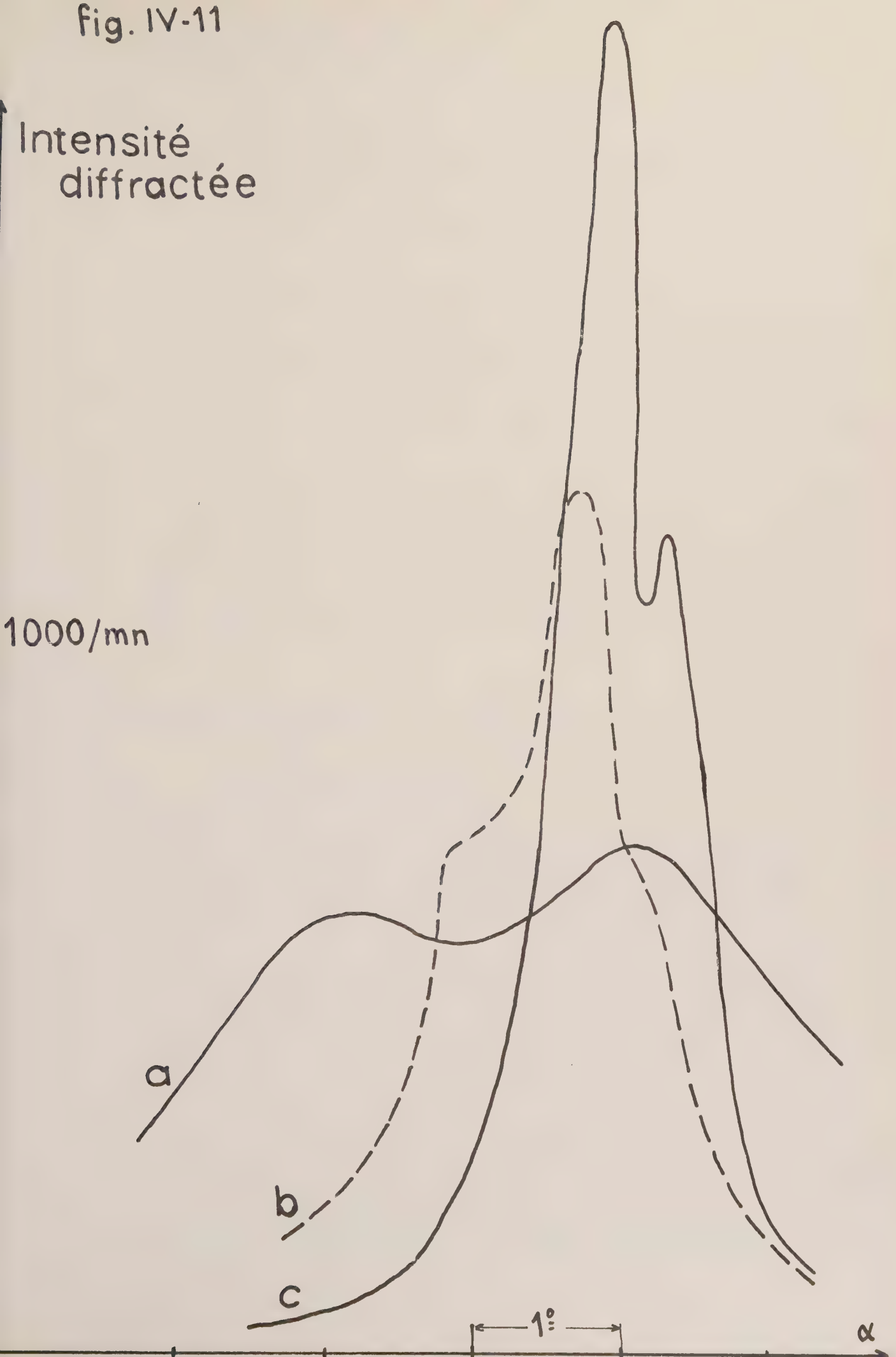
Le meilleur V-cristal ($\Delta\alpha$ = 28') a été observé sur la lame rectangulaire a dont les grandes faces (1 x 25 mm) parallèles au champ ont un parallélisme contrôlé à quelques minutes près. Par contre dans la lame g_1 dont les faces analogues ont été taillées à 1° le V-cristal a une mosaïcité $\Delta\alpha$ = 70' (au lieu de 31' avant la taille (g_o)). Si on augmente encore l'angle des deux faces jusqu'à 2° (g_2), cette largeur devient 85' et les rocking curves sont beaucoup moins régulières et reproductibles que dans le cas a (ou g_o).

Dans la lame g_2 il est intéressant de suivre la déformation des courbes obtenues en première pénétration du champ en fonction de H_o (fig. IV,11). En champ faible (800 Oe), la forme de la rocking curve lla suggère l'influence des faces par où les vortex sont entrés. A champ plus élevé (1500 Oe) venant de zéro ou de H_{c2} l'influence des faces, si elle n'est plus simplement transcrite dans la rocking curve, traduit une distorsion du V-cristal qui intéresse une partie suffisamment importante du volume pour être observée par les neutrons.

Dans les échantillons triangulaires d, e, f, l'angle des faces n'est pas défini à mieux que 1°. Les observations précédentes expliquent que les largeurs $\Delta\alpha$ soient comparables sur ces trois échantillons et de l'ordre du degré.

Bien que cette action de la surface à grande distance soit faible, elle confirme la grande rigidité du réseau de vortex attestée déjà par l'existence du monocristal. En effet, si les vortex pouvaient facilement former un liquide ou une structure amorphe, c'est cette structure qui ferait le lien souple entre les quelques couches très perturbées au voisinage de la surface et le monocristal, et cette influence ne serait pas quantitativement visible par la méthode de diffraction de neutrons.

fig. IV-11



A l'appui de cette interprétation, nous rapportons les observations faites dans l'échantillon polycristallin j. En écrivant

$$N(2\theta,\alpha) = f(2\theta)\, g(\alpha)$$

- $f(2\theta)$ devient une "diffusion centrale" en accord avec un modèle qui, comme celui des états critiques [76], prévoit une densité de flux très inhomogène et donc une variation si grande de la distance intervortex d'un point à l'autre de l'échantillon que le pic de Bragg s'élargit au point de se fondre dans les ailes du faisceau transmis.

- $g(\alpha)$ est maximum pour une position de l'échantillon identique à celle de la lame a (fig. 10) et a une largeur à mi-hauteur de 20° montrant que ce "pseudo réseau" à pas variable, bien que très disloqué, n'est pas isotrope, puisque les lignes de grande densité de vortex ont des directions privilégiées données par les faces "actives" de l'échantillon.

4. ETUDE EN FONCTION D'UN COURANT CONTINU APPLIQUE

41. Résultats expérimentaux

La géométrie des échantillons a, b, c, g, k (fig. IV,10) a été choisie pour permettre le passage du courant dans le sens de leur plus grande longueur et toujours perpendiculairement à H_o.

La valeur du courant critique à 1500 Oe de l'ordre de 10 A, bien que pouvant varier de 1,5 à 40 A suivant les échantillons et leur état de surface, laisse qualitativement inchangées les observations suivantes (fig. IV,12) :

a) dans la région de tension nulle, on n'observe aucun changement appréciable de la rocking-curve. Ceci est cohérent avec les résultats du Ch. III qui montrent que dans cette région le courant reste en surface de telle façon qu'il crée un champ magnétique uniformément nul dans le matériau et donc ne perturbe en rien le réseau de vortex,

b) dès qu'une tension détectable apparaît (E $\simeq$ 50 nV/cm) et dans toute la région non-linéaire, la rocking-curve s'élargit et révèle un monocristal fortement disloqué. Si la forme devient plus irrégulière et si ses détails n'en sont pas très reproductibles, sa largeur cependant ne dépend pas de la façon dont on applique le courant (venant de I = 0 ou venant de I = 15A), non plus que de l'histoire magnétique antérieure de l'échantillon,

c) dans la région linéaire le pic s'affine (et son intensité augmente) avec le courant et devient plus étroit que dans l'état initial. Sur certains échantillons nous avons ainsi obtenus mieux qu'un doublement de l'intensité maximale et une réduction de largeur d'un facteur supérieur à 2 ($\Delta\alpha$ variant de 28' à 12'). La largeur en rocking-curve ne s'abaisse pas en-dessous de 12' lorsqu'on augmente le courant de 15 à 30 A. (Notons que la largeur instrumentale est de 4 à 5'). Cet état du cristal à fort courant est indépendant de l'histoire magnétique antérieure de l'échantillon.

d) dans tous les cas, si on coupe brusquement le courant appliqué, le V-cristal reste figé dans la configuration où l'a porté le courant (fig. IV-13).

e) dans le passage rapide de la région linéaire à la région non-linéaire, la rocking-curve s'élargit (comme signalé au § b), avec une constante de temps que nous avons évalué à 1/2 minute quand le champ électrique final est de l'ordre de 0,05 μV/cm.

f) dans l'échantillon carré f on a fait passer successivement le courant dans les deux directions Ox et Oy et l'affinement de rocking-curve a été identique pour une même valeur du courant. Dans les échantillons b et c, le courant faisant un angle de 90° et 15° avec l'axe $[\bar{1}11]$, le V-cristal a aussi été affiné par le passage du courant F.F. Dans ces trois cas, le courant n'a eu aucune influence sur l'orientation du V-réseau,

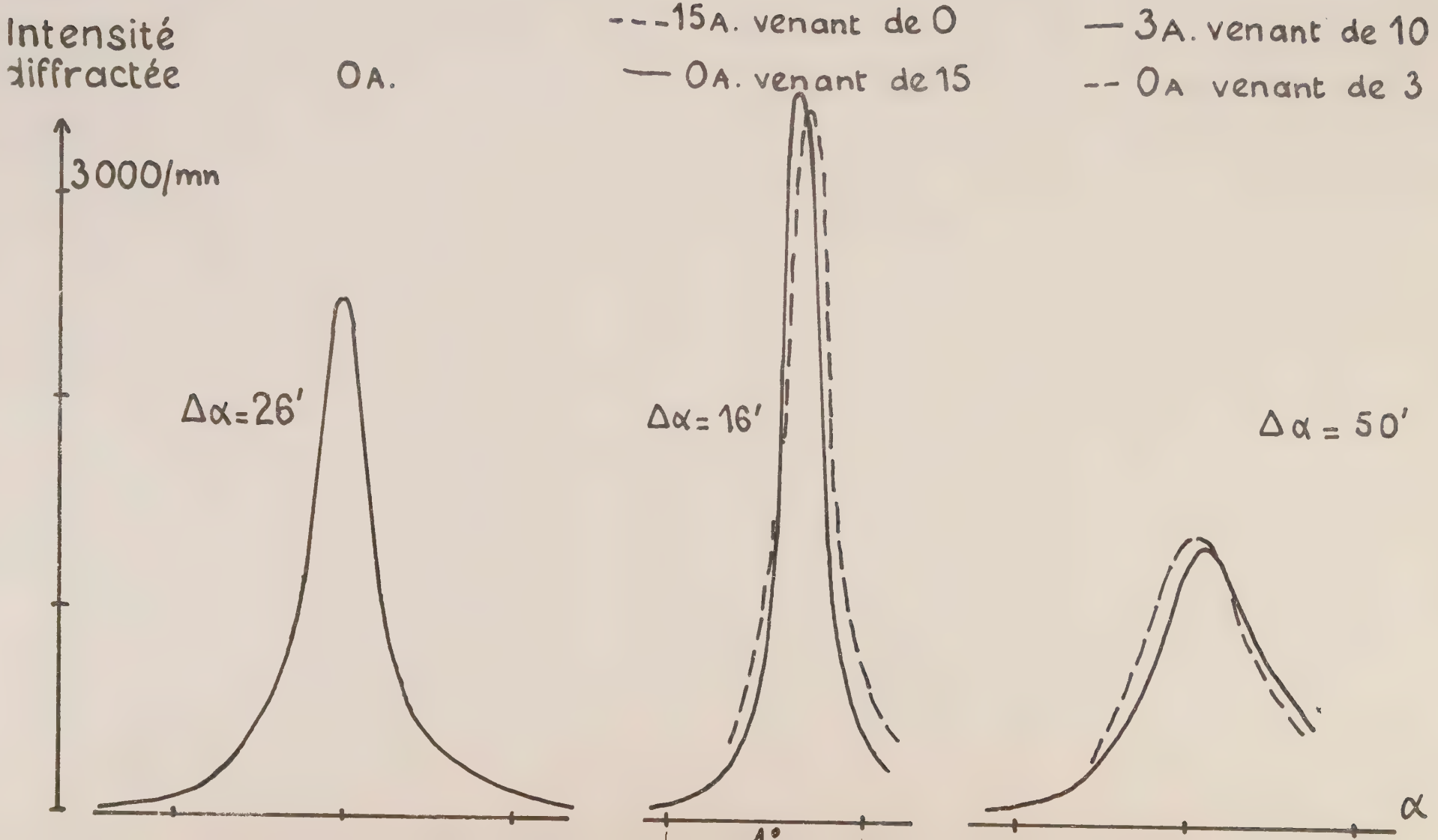
g) comme nous l'avons fait en l'absence de courant [69], nous avons mesuré les intensités relatives des pics [2.0] et [1.1] par rapport

$H_o = 1250$ Oe

Fig IV-12

fig IV.13

H_o = 1500 Oe



au [1.0] en présence d'un courant de flux flow. Aucune différence appréciable, ni sur les valeurs des intensités relatives, ni sur les positions des pics n'a été décelée. Le passage du courant ne modifie donc pas la carte du champ autour de chaque vortex (notre échantillon étant pratiquement dépourvu d'hystérésis dans la zone de travail, il était exclu de voir l'influence du changement d'aimantation provoqué par le courant) [77].

h) le passage du courant dans l'échantillon g_2 (trapèze avec angle des faces de 2°) ne modifie pas la largeur de la rocking-curve en région non-linéaire mais l'affine en région linéaire. Le V-cristal ainsi formé a une position à mi-chemin de celle des deux V-cristaux obtenus en figure 11a). Cette position ne dépend pas du sens du courant (donc de la face d' "entrée" ou de "création" des tourbillons). A l'arrêt brusque du courant ce monocristal unique reste figé.

42. Comparaison avec les modèles

Si l'on veut que ces résultats soient pris en compte par les modèles usuels de "flux flow" et de "pinning", cela impose un certain nombre de conditions non formulées jusqu'ici.

1) Dans nos échantillons, le flux flow impose un renouvellement du V-cristal environ toutes les secondes ($V_L = \frac{E}{B} \simeq 1$ cm/s). Or nous observons que les plans réticulaires ne s'écartent pas plus de quelques minutes d'une direction fixe pendant toute la durée d'établissement d'une rocking-curve (1 demi-heure). Ceci nous oblige à exclure la possibilité d'un mouvement désordonné par gerbe (bundle) ou par quantum de flux, comme le suggère l'analyse des expériences de bruit [37].

2) Le sens du courant dans les échantillons g_1 et g_2, et par conséquent la face d'entrée du flux, n'a aucune influence sur la forme et l'orientation du V-cristal. Par contre, lorsque le flux pénètre pour la première fois dans l'échantillon et simultanément par les deux faces par augmentation du champ extérieur H_o, et dans ce cas il y a indiscutablement flux-flow, on reconnaît l'influence séparée des

deux faces (fig. 11).

3) Les propriétés de transport qui se traduisent par la reproductibilité de la caractéristique V-I (en particulier la valeur du courant critique, qui représente l'écart aux propriétés d'un échantillon parfait qui suivrait la loi d'Ohm, c'est-à-dire sans piégeage), ne sont en aucune façon reliées à la qualité du V-cristal. Ce courant critique reste le même quel que soit le cycle de courant que l'on ait fait subir préalablement à l'échantillon ; alors que la qualité du V-réseau en dépend.

4) La constante de temps d'élargissement de la rocking-curve en région non-linéaire est de l'ordre de grandeur de $\frac{wB}{E}$ (si w est la largeur de l'échantillon). Si le champ électrique E est dû effectivement au déplacement des tourbillons, ce mouvement peut se faire :

- par déplacement rapide d'une fraction des lignes de flux (flux creep de plusieurs bundles). $\frac{E}{B}$ est alors la vitesse moyenne dans l'espace et dans le temps ; dans ce cas la constante de temps devrait être plus courte (temps de transit du flux)
- ou alors par déplacement de tout le V-cristal avec une vitesse moyenne dans le temps $\frac{E}{B}$ et c'est le flux creep d'un seul bundle. Ceci semble confirmé par la persistance du monocristal dans toute la région non -linéaire et par le temps de transit.

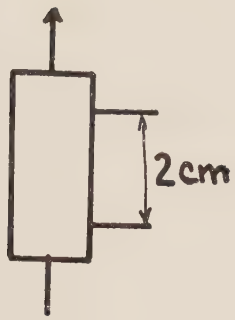
5. ETUDE EN COURANT ALTERNATIF

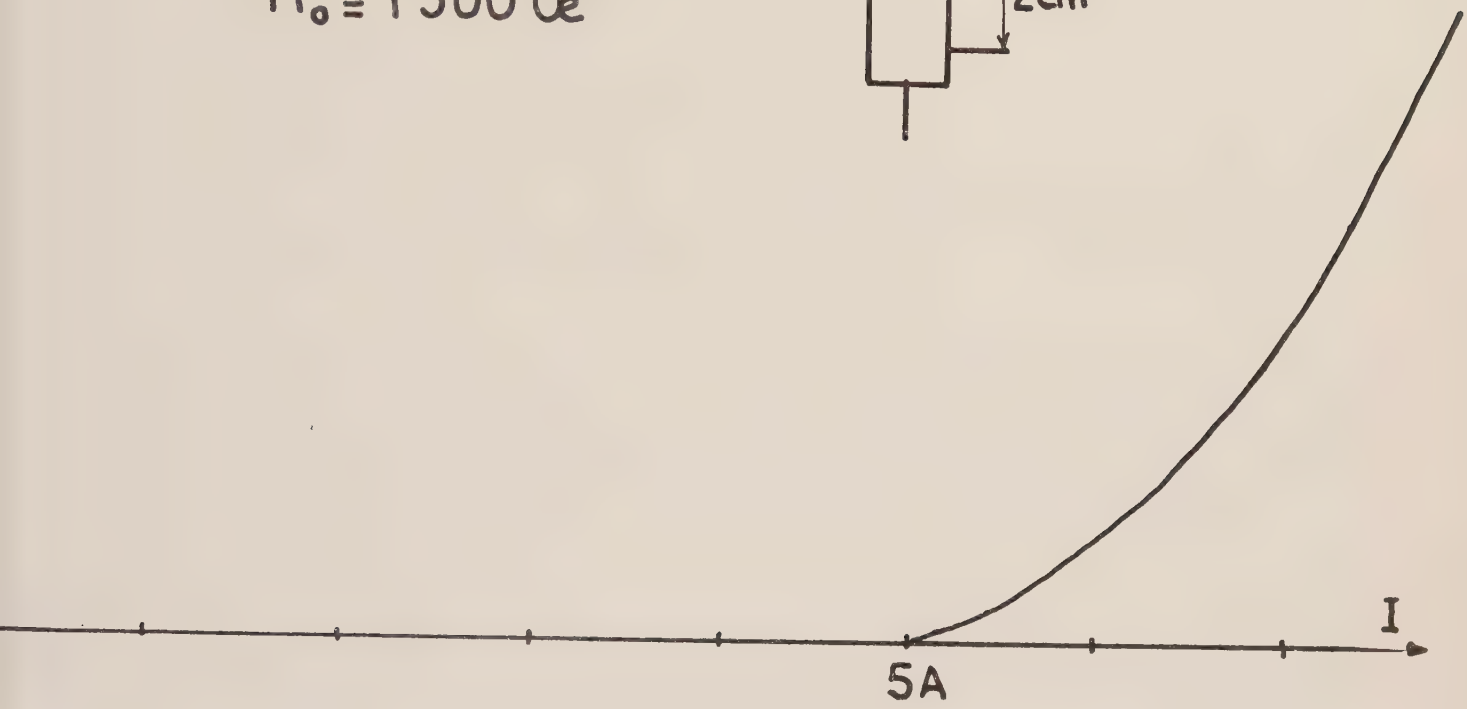
Les courant sinusoïdaux sont de très basse fréquence ; de 10 à 800 Hz. La dissipation est comparée à celle du courant continu dans les courbes V(I) de la figure IV,15. On y remarque que le courant critique crête à 40 Hz (I_{CA}) est environ le dixième du courant critique continu (I_C). Dans la même géométrie que précédemment, le comportement du V-cristal sous le courant sinusoïdal se traduit par :

a) jusqu'à une valeur de l'intensité crête I_{CN} il n'y a aucun changement de forme de la rocking-curve. A 40 Hz, I_{CN} est de l'ordre de I_{CD}

2μV

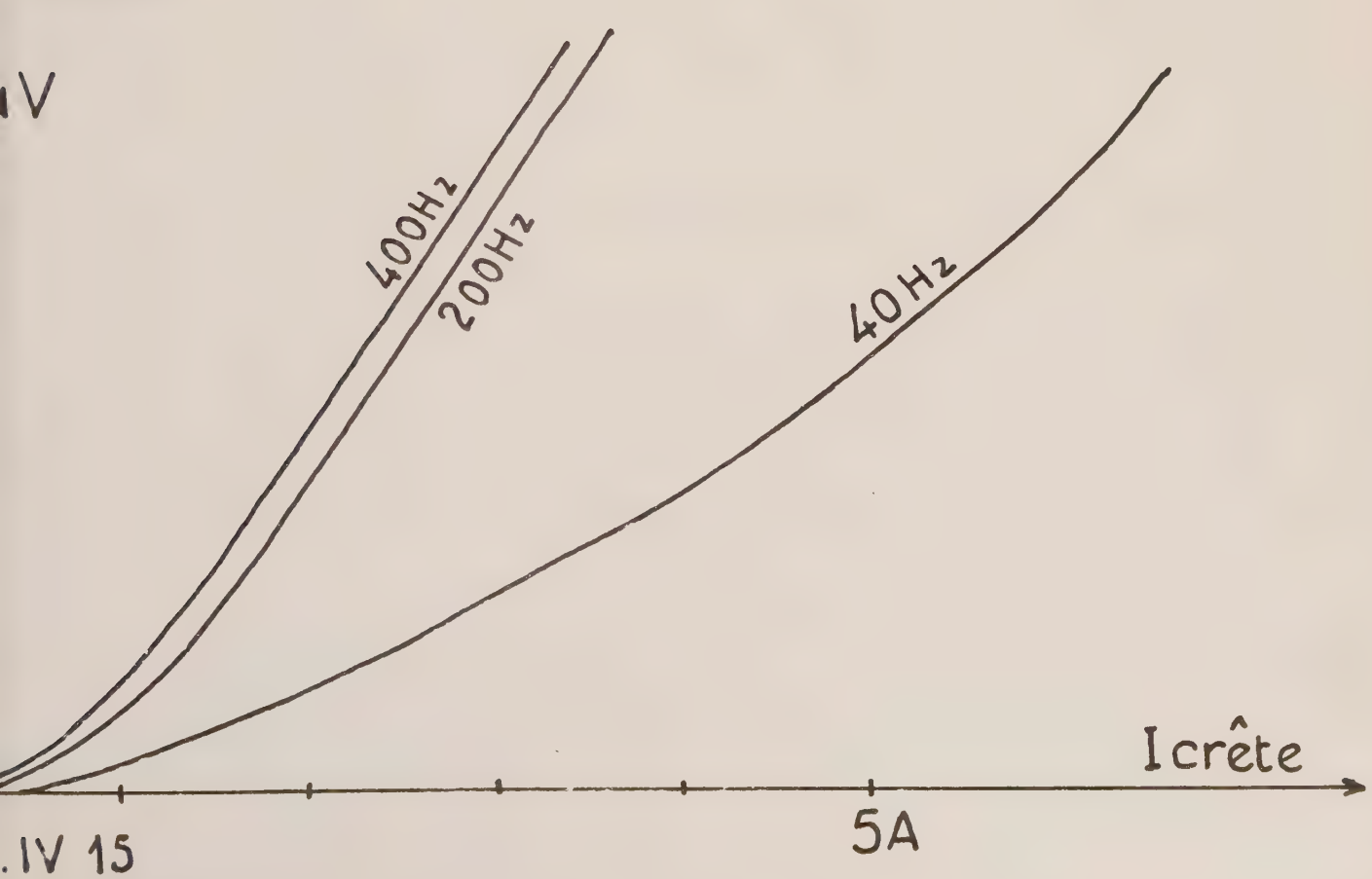
$H_o = 1500$ Oe





crête

V



b) pour $I > I_{CN}$, la rocking-curve s'affine. Il n'y a pas de phénomène d'élargissement comme celui qui existe dans la région non-linéaire du courant continu

c) comme en courant continu, il existe une limite inférieure à la largeur $\Delta\alpha$ des rocking-curves en fonction de l'intensité crête du courant alternatif appliqué. Elle est atteinte pour un courant de 2 à 3 fois la valeur du courant critique I_{CN} donc généralement très inférieur au courant critique continu

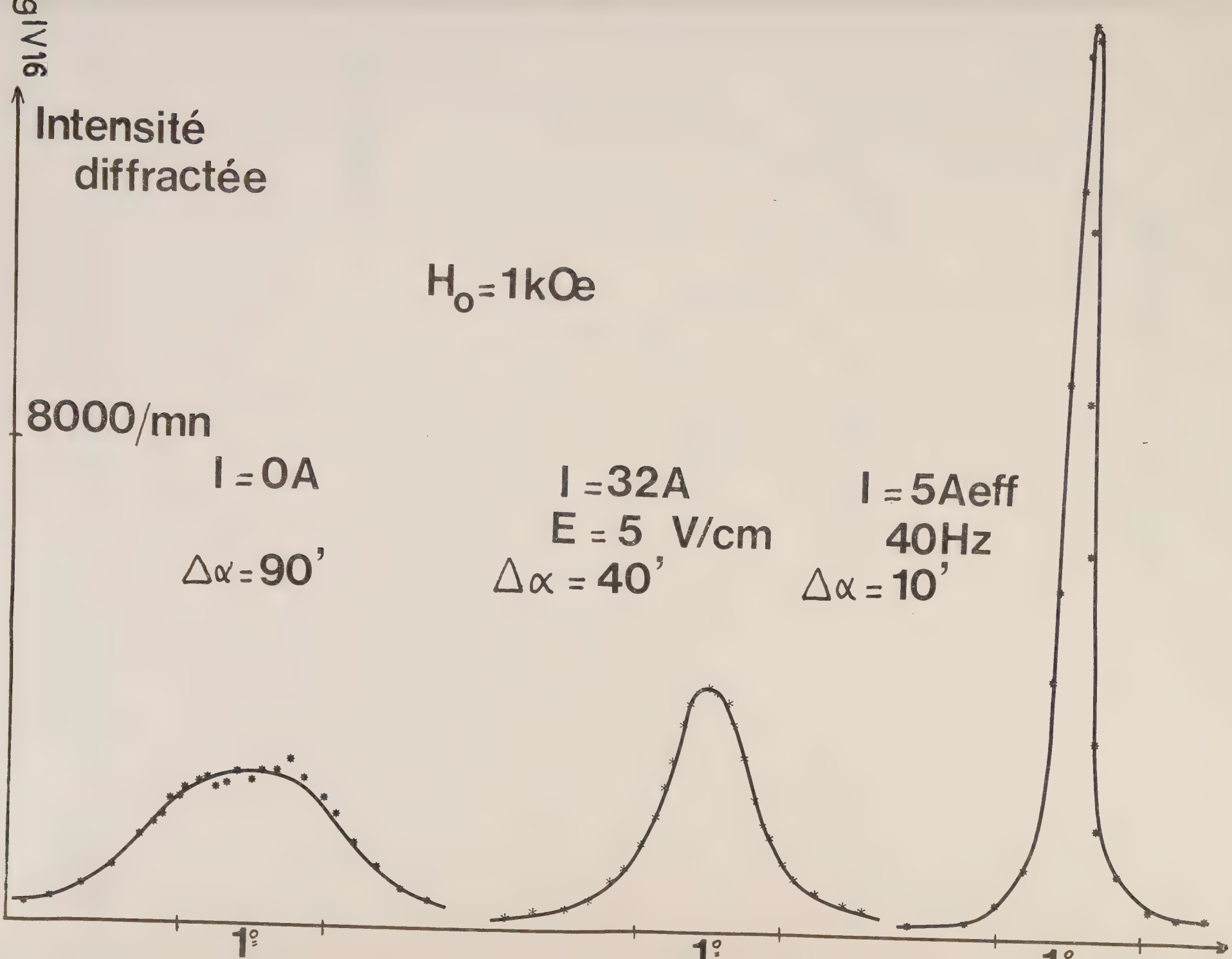
d) l'affinement de la rocking-curve est bien plus important qu'en régime de flux flow. Les largeurs s'abaissent à 10' là où le flux flow pour H_o = 1000 Oe produit un cristal dont la largeur minimale est de 38' (fig. IV,16) (ces 10' ne sont pas corrigées de la largeur instrumentale de 4')

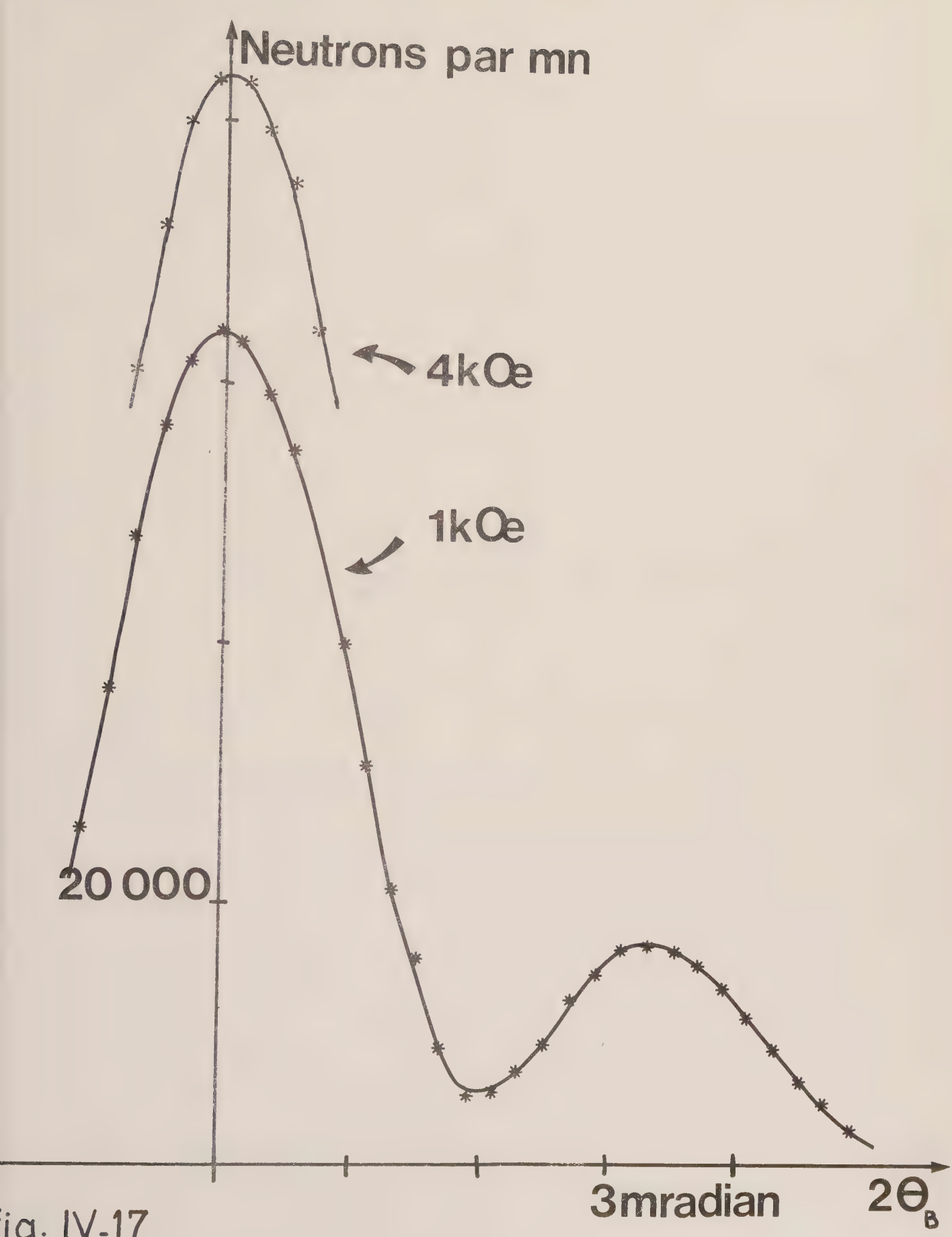
e) quand la fréquence augmente (au-dessus de 40 Hz) le courant nécessaire à un même affinement augmente aussi. Ceci est explicable par un effet de peau : la profondeur de peau est de l'ordre de 1 mm à 100 Hz dans les échantillons utilisés. En revanche, quand la fréquence diminue de 40 à 10 Hz, ce courant reste sensiblement constant et le comportement du V-cristal ne se rapproche pas de ce que l'on trouve en continu

f) l'état du V-cristal demeure lorsqu'on coupe brusquement le courant.

Cet ensemble de faits tend à confirmer que le comportement du V-cristal en régime alternatif même de très basse fréquence n'est pas une simple modulation du continu. Un mouvement alternatif des vortex aussi faible que celui que nous leur avons communiqué suffit à chasser les dislocations du V-cristal et à le rendre quasi-parfait.

En utilisant les faits observés a) c) et d) nous avons pu préparer un V-cristal de $a_o \simeq 2000$ Å (H_o = 1000 Oe) qui en position de Bragg réfléchit 20 % du flux de neutrons incident (fig. IV,17) ce qui est remarquable pour la faible longueur d'onde utilisée ($\lambda_N = 4{,}3$ Å).


Intensité
diffractée
H_o=1kOe
8000/mn
I = 0A
Δα = 90'
I = 32A
E = 5 V/cm
Δα = 40'
I = 5Aeff
40Hz
Δα = 10'
1°
1°
1°



ig. IV-17

APPENDICE 4.1

Soit à calculer $f(k) = \sum_{n=0}^{N-1} e^{ikx_n}$

$x_n = na$ $\qquad f(k) = \dfrac{1 - e^{ikNa}}{1 - e^{ika}} = \dfrac{\sin \frac{kNa}{2}}{\sin \frac{ka}{2}} e^{i\frac{k(N-1)a}{2}}$

faisons tendre N vers l'infini. Il y a une valeur maximale chaque fois que $ka = 2\pi p$

$k = p\frac{2\pi}{a}$ noeud du réseau réciproque : G

comme $\dfrac{\sin Nx}{\sin x} \sim \pi\delta(x)$ quand $N \to \infty$

$$\left| f_G(k) \right| = \frac{\sin \frac{kNa}{2}}{(k-G)\frac{a}{2}} \times \frac{(k-G)\frac{a}{2}}{\sin \frac{ka}{2}} \qquad \text{car } \sin\frac{(k-G)}{2}a = \sin\frac{ka}{2}$$

$$\downarrow \qquad\qquad \downarrow$$

$$\pi\delta_{\frac{a}{2}}(k-G) \qquad 1 \qquad \text{si } k \to G$$

et ce pour toutes les valeurs de G

$$N \to \infty \quad \sum_{0}^{N-1} e^{-ikna} = \frac{2\pi}{a} \sum_{G} \delta(k-G)$$

qui s'écrit, à deux dimensions

$$\substack{n \to \infty \\ m \to \infty} \quad \sum_{n,m} e^{-i\vec{k}\cdot\vec{R}_{nm}} = \frac{(2\pi)^2}{S_M} \sum_{\vec{G}} \delta(\vec{k}-\vec{G})$$

S_M est la surface de la maille.

APPENDICE 4.2

Soit à calculer

$$|F(k)|^2 = \left(\sum_{mn} e^{ikR_{mn}}\right)\left(\sum_{m'n'} e^{-ikR_{m'n'}}\right)$$

$$= \frac{(2\pi)^2}{S_M} \sum_G \delta(\vec{k}-\vec{G}) \sum_{m'n'} e^{-ikR_{mn}}$$

$$= \frac{(2\pi)^2}{S_M} \sum_G \left(\sum_{m'n'} \delta(\vec{k}-\vec{G})\, e^{-ikR_{mn}}\right)$$

or $\quad g(k)\,\delta(k-u) = g(u)\,\delta(k-u)$

$$|f_{(k)}|^2 = \frac{(2\pi)^2}{S_M} \sum_G \left(\sum_{mn} 1\right) \delta(k-G)$$

$\sum_{mn} 1 \rightarrow N$ nombre de nœuds du réseau direct $\left(= \frac{S}{S_M}\right)$

$$|f_{(k)}|^2 = \frac{(2\pi)^2}{S_M} N \sum_G \delta(\vec{k}-\vec{G})$$

APPENDICE 4.3

Soit à calculer les intégrales

$$i_1 = \int_V e^{i\vec{k}\vec{r}}\, d\vec{r}$$

$$i_2 = \int_V \left| e^{i\vec{k}.\vec{r}} \right|^2 d\vec{r}$$

$$i_3 = \left| \int_V e^{i\vec{k}\vec{r}}\, d\vec{r} \right|^2$$

quand $V \to \infty$

de la même façon que dans les appendices 1 et 2 on démontre

$$i_1 = (2\pi)^n\ \delta(\vec{k})$$

$$i_2 = V$$

$$i_3 = (2\pi)^n V\ \delta(\vec{k})$$

où n est le nombre de dimensions de l'espace considéré.

APPENDICE 4.4

CALCUL D'UNE FONCTION $\delta(\vec{R})$ EN FONCTION DES COORDONNES

A) Coordonnées rectangulaires

$$1 = \int \delta(\vec{R})\, d\vec{R} = \iint \delta(x,y)\, dS$$

or dS = dx dy en rectangulaire

$$\iint \delta(x,y)\, dx dy = \int \delta(x)\, dx \cdot \int \delta(y)\, dy$$

ce qui revient à dire que l'on a remplacé

$\delta(x,y)$ par le produit $\delta(x)\,\delta(y)$

B) Coordonnées obliques normées

α est l'angle des vecteurs unitaires

$$1 = \int \delta(\vec{R})\, d\vec{R} = \iint \delta(X,Y)\, dS$$

définit le symbole $\delta(X,Y)$

or, ici dS = dX dY sin α

pour arriver au résultat $\int \delta(\vec{R})\, d\vec{R} = \int \delta(x)dx \cdot \int \delta(y)dy$

il faut poser

$$\delta(\vec{R}) = \frac{\delta(x)\,\delta(y)}{\sin\alpha}$$

CHAPITRE V

AUTRES PERSPECTIVES DE MISE EN EVIDENCE DU MOUVEMENT DE FLUX

I. TECHNIQUES DE VISUALISATION DU MOUVEMENT

I1. Effet Faraday

La meilleure vérification expérimentale du modèle de mouvement de flux serait la visualisation directe de ce mouvement avec réalisation d'un film comme cela s'est fait pour l'état intermédiaire dans un supraconducteur de première espèce. La technique utilisée dans ce cas est celle de l'effet magnéto-optique. Une pellicule déposée sur l'échantillon voit son pouvoir rotatoire modifié aux endroits où il y a un fort champ magnétique. En éclairant en lumière polarisée et en regardant derrière un analyseur, on voit apparaître en "couleur" différente les zones supraconductrices de Meissner (b = 0) et les zones normales. Le contraste est d'autant plus grand que l'épaisseur du film est plus grande. Mais toute cette épaisseur doit voir l'inhomogénéité du champ local. Pour cette dernière condition, il faut que cette épaisseur soit de l'ordre de grandeur de la distance intertourbillon (typiquement 1000 Å). Mais alors il faut que le pouvoir rotatoire de la substance déposée soit très grand. Le procédé peut être amélioré par des techniques interférentielles [78]. Malgré le grand intérêt suscité les essais n'ont pas abouti jusqu'à présent.

I2. Microscopie électronique

Les techniques de décoration de Essmann [24] nécessitent la présence d'une atmosphère d'Hélium au-dessus de l'échantillon qui favorise la nucléation des particules ferromagnétiques déposées. Le moindre échauffement de l'échantillon, créé par le passage d'un courant par exemple, provoque d'importants courants de convexion qui perturbent de façon définitive le dépôt des particules de Fer. Un premier progrès

consisterait à utiliser des particules sensibles au gradient de champ magnétique, mais insensibles aux mouvements de l'atmosphère entourant l'échantillon. Des molécules d'oxygène, fortement paramagnétique, peuvent avoir un comportement convenable, l'atmosphère pouvant alors être très raréfiée. Une étude des trajectoires montre que pour être sensible au gradient de champ magnétique, elles doivent avoir une vitesse nettement inférieure à ce que donnerait leur thermalisation à 4,2°K ($mv^2 = kT$). Mais on doit pouvoir émettre ces molécules à vitesse réglable à partir d'un émetteur qui les aurait cryoabsorbées et que l'on chaufferait progressivement. Une fois captées et cryoabsorbées sur l'échantillon par le coeur des tourbillons, les paquets de molécules peuvent être révélés par éclatement sélectif au réchauffement d'un film de 500 Å environ évaporé sur l'échantillon après la capture de l'oxygène. L'observation de ces cratères peut se faire alors directement au microscope électronique à balayage. Des études sont en cours actuellement au laboratoire de l'ENS pour mettre au point cette méthode. On peut espérer ainsi mettre en évidence un "flou" si le dépôt a lieu en présence du mouvement du flux.

On peut envisager aussi de faire une observation directe de l'échantillon au microscope à balayage. Il faudrait alors trouver un fluide paramagnétique comme ^3He qui s'agglutine autour de chaque tourbillon et qui le suive dans son mouvement. Il y a là des difficultés encore plus grandes que dans la méthode précédente. J.M. Delrieu, auteur de cette idée difficile pense bien arriver à la réaliser.

2. TECHNIQUES DE DIFFRACTION DE NEUTRONS

Nous avons passé en revue au Chapitre II un certain nombre d'expériences qui tentent de mettre en évidence et de mesurer la vitesse V_L de déplacement des tourbillons. L'existence du monocristal de tourbillons et les grands facteurs de réflexion obtenus nous incitent à essayer de mesurer l'effet Doppler produit sur les neutrons diffractés.

Si V_L est la vitesse de ligne, c_o et c_I les vitesses des neutrons incidents et diffractés (de longueur d'onde incidente λ_o) la théorie

classique de l'effet Doppler donne

$$\frac{\Delta c}{c_o} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda_o} = \left(1 - \frac{\vec{v_L} \cdot \vec{c_o}}{c_o^2}\right)\left(1 + \frac{\vec{v_L} \cdot \vec{c_1}}{c_1^2}\right) - 1$$

ce qui donne

1) $v_L \parallel c_o$ $\qquad \frac{\Delta L}{\lambda} = \frac{v_L^2}{c_o^2}$

2) $v_L \perp c_o$ $\qquad \frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{v_L^2}{c_o} \cdot 2\theta_B$

$2\theta_B$ est l'angle de Bragg qui est petit et proportionnel à λ_o donc à $\frac{1}{c_o}$.

Pour fixer les idées, prenons comme exemple numérique le cas des échantillons de niobium du Chapitre IV, pour H_o = 1000 Oe. On peut attendre E $\simeq$ 50 μV/cm (pour une trentaine d'Ampères), ce qui correspond à une vitesse de ligne de l'ordre de 5 cm/s. Nous avons travaillé avec une longueur d'onde neutronique de 4,3 Å, ce qui correspond à une vitesse c_o d'environ 1000 m/s.

$$\frac{v_L}{c_o} \simeq 5.10^{-5} \qquad \text{et} \qquad 2\theta_B \simeq 10^{\circ}$$

$$\left(\frac{\Delta \lambda}{\lambda}\right)_1 \simeq 2.10^{-10}$$

$$\left(\frac{\Delta \lambda}{\lambda}\right)_2 \simeq 10^{-7}$$

Ces valeurs demandent un spectromètre de très grande résolution. La réflectivité au pic d'un bon monocristal de tourbillons étant de 10 % environ pour 4,3 Å, la luminosité sera suffisante. La plus haute résolution connue a été atteinte par un spectromètre en retour (79) et n'est que 10^{-4}.

De façon à augmenter la valeur du déplacement Doppler calculé plus haut, nous pouvons porter nos efforts sur deux points.

a) Augmentation de la vitesse de ligne. Celle-ci s'exprime

$$v_L = \frac{E}{B} \simeq \rho \frac{I-I_c}{BS} = \frac{\rho_n B}{B_{c_2}} \frac{I-I_c}{BS} = \frac{\rho_n}{B_{c_2}} \frac{I-I_c}{S}$$

il faudrait donc choisir un matériau de grand ρ_n ou de faible B_{c2}. Les alliages de type Pb-Tl ou Nb-Ta répondent à ce premier critère alors qu'un corps comme le Vanadium répond au second. Nos espoirs vont surtout du côté des alliages à condition que les V-monocristaux obtenus soient d'assez bonne qualité, c'est-à-dire en particulier si les courant critiques ne sont pas trop élevés. On escompte ainsi atteindre des vitesses de l'ordre de 1 m/s.

b) Diminution de la vitesse des neutrons ; c'est-à-dire augmentation de la longueur d'onde λ_o. Le premier avantage de cette solution est que la section efficace augmente comme λ^3 ce qui augmentera d'autant le signal utile. Mais le flux émis par un réacteur est approximativement divisé par 10 lorsque λ_o augmente de 10 Å. L'utilisation d'un réacteur à haut flux, comme celui de l'Institut Laue Langevin à Grenoble permettrait raisonnablement de travailler à 40 Å. On a ainsi, grâce à ces deux efforts, gagné un facteur 1000 sur la variation relative attendue pour $V_L \perp c_o$ et dès lors, la mesure peut être envisagée. Il sera alors nécessaire de modifier le spectromètre existant de façon à ce que son cristal sélectionne une longueur d'onde de 40 Å par diffraction en retour. Cela nécessite un cristal de paramètre 20 Å ce qui n'est pas réalisable avec les cristaux minéraux habituels. Une recherche de cristal moléculaire de grand volume est nécessaire.

TABLE DES MATIERES

	Pages
INTRODUCTION	2
CHAPITRE I - SUPRACONDUCTEUR DE 2è ESPECE A L'EQUILIBRE THERMODYNAMIQUE	
1. Origine de la supraconductivité	5
2. Traitement thermodynamique (G.L.)	6
3. Energie de surface	12
4. Les tourbillons	14
41. Modèle d'Abrikosov	14
42. Modèle de London	16
5. Revue des théories de l'état mixte hors du domaine de G.L.	17
51. Développements au 2è ordre en t-1	17
52. Variation lente de $\Delta(r)$ et $h(r)$	18
53. $\Delta(r)$ petit: traitement approché	18
54. Traitement non local	19
55. Anisotropies	20
6. Principales méthodes expérimentales	20
CHAPITRE II - LE SUPRACONDUCTEUR DE 2è ESPECE HORS DE L'EQUILIBRE THERMODYNAMIQUE	22
1. Description phénoménologique	22
11. Force sur un tourbillon	24
12. Région de tension nulle	25
13. Région non linéaire	26
14. Région linéaire	27
2. Modèles microscopiques de flux-flow	27
21. Théories hydrodynamiques	27
22. Théories microscopiques	28

3. Tentatives de mise en évidence expérimentale du flux-flow 30
31. Transformateur de Giaever 30
32. Expérience de Pearl 31
33. Analyse du bruit 32
34. Les jets atomiques 33
35. Détection Josephson 35
36. Résonance magnétique nucléaire 37
4. Réflexion sur les modèles
41. La force de Lorentz et la répartition du courant 38
42. Le mécanisme de dissipation 42
43. Persistance du réseau d'Abrikosov 44

CHAPITRE III - REPARTITION DU COURANT DANS LA SECTION D'UN SUPRACONDUCTEUR

1. Principe de la mesure 45
11. Calcul du champ créé autour d'un conducteur 46
12. Calcul rhéographique 48
2. Dispositif de mesure
21. Echantillons 51
22. Mesure du champ h 52
23. Ce que l'on mesure par un tel procédé 54
3. Résultats
31. Sans effet de surface 55
32. Premier écart à la distribution de London 56
33. Effets de surface 57
34. Effet du premier courant 58
4. Conclusions 59

CHAPITRE IV - ETUDE DU RESEAU DE TOURBILLONS PAR DIFFRACTION DE NEUTRONS

1. Calcul théorique de la section efficace de diffusion 61
11. Théorie de la diffusion à deux dimensions 61
12. Calcul pratique dans quelques cas particuliers 66
2. Mise en place expérimentale 73

21. Source de neutrons 74
22. Echantillons 74
23. Dispositif expérimental 75
24. Technique expérimentale 76
3. Résultats sans courant
31. Monocristal de tourbillons 77
32. Pics d'ordre supérieur 77
33. Variation de θ_{10} en fonction du champ H_o 78
34. Rôle des axes cristallins dans l'orientation du V-réseau 80
35. Rôle des faces parallèles au champ H_o 82
4. Etude en fonction d'un courant continu appliqué
41. Résultats expérimentaux 83
42. Comparaison avec les modèles 85
5. Etude en courant alternatif 86
Appendices du Chapitre IV 88
CHAPITRE V - AUTRES PERSPECTIVES DE VERIFICATION DU MOUVEMENT DE FLUX
1. Visualisation directe 92
11. Effet Faraday 92
12. Microscopie électronique 92
2. Effet Doppler sur les neutrons diffractés 93

BIBLIOGRAPHIE

1) J.B. POCQUELIN
Le Bourgeois Gentilhomme, 2, 4 (P.Le Monnier Ed. Paris) (1671)

2) H. FROHLICH
Phys. Rev, 79, 845 (1950)
Proc. Roy. Soc., A215, 291 (1952)
Proc. Roy. Soc., A223, 296 (1954)

3) F. BLOCH
Z. Phys., 52, 555 (1928)

4) D. PINES
Phys. Rev., 109, 280 (1958)

5) M.R. SCHAFFROTH, S.T. BUTLER, J.M. BLATT
Helv Physica Acta, 30, 93 (1957)

6) L.N. COOPER
Phys. Rev., 104, 1189 (1956)

7) J. BARDEEN, L.N. COOPER, J.R. SCHRIEFFER
Phys. Rev., 108, 1175 (1957)

8) N.N. BOGOLJUBOV
Nuovo cimento, 7, 794 (1958)

9) L.P. GOR'KOV
JETP, 36, 1918 (1959)

10) V.L. GINZBURG, L.D. LANDAU
JETP, 20, 1064(1950)

11) F. LONDON
Superfluids, Vol 1, N.Y., Dover (1961)

12) A.A. ABRIKOSOV
JETP, 5, 1174 (1957)

13) W.H. KLEINER, L.M. ROTH, S.H. AULTER
Phys. Rev., 133A, 1226 (1964)

14) P.G. De GENNES
Superconductivity of metals and alloys (Benjamin Ed) (1966)

15) L. NEUMAN, L. TEWORDT
Z. Physik, 191, 73 (1966)

16) G. EILENBERGER, H. BUTTNER
Z. Phys., 224, 335 (1969)

17) P.G. de GENNES, Phys. Kondens. Mat., 3, 29 (1964).
K. MAKI, Physics, 1, 21 (1964).

18) K. MAKI, T. TSUZUKI
Phys. Rev., 139, A868 (1965)
E. HELFAND, N.F. WERTHAMER
Phys. Rev., 147, 288 (1966)
G. EILENBERGER
Phys. Rev., 153, 584 (1967)

19) J.M. DELRIEUX
Rev. of low temp. phys., 6, 197 (1971)

20) K. DICHTEL
Phys. Let., 35A, 285 (1971)

21) K. TAKANAKA
Prog.in Theor. Phys., 46, 1301 (1971)

22) A.J. BENNET
Phys. Rev., 140, A1902 (1965)

23) D. CRIBIER, B. JACROT, L.M. RAO, B. FARNOUX
Prog.in low temp.phys., Vol 5, 161 (1967)

24) H. TRAUBLE, U. ESSMANN
Phys. Stat. Sol., 18, 813 (1966)

25) W. FITE, A.G. REDFIELD
Phys. Rev. Let., 17, 381 (1966)
J.M. DELRIEU, J.M. WINTER
Sol. State Comm., 4, 545 (1966)

26) Y.B. KIM, C.F. HEMPSTEAD, A.R. STRNAD
Phys. Rev. Let. 9, 306 (1962)

27) P.W. ANDERSON
Phys. Rev. Let., 9, 309 (1962)

28) J. BAIXERAS, G. FOURNET
J. Phys. Chem. Solids, 28, 1541 (1967)

29) Y.B. KIM, C.F. HEMPSTEAD, A.R. STRNAD
Phys. Rev., 139A, 1163 (1965)

30) J. BARDEEN, M.J. STEPHEN
Phys. Rev., 104A, 1197 (1965)

31) P. NOZIERES, W.F. VINEN
Phil. Mag., 14, 667 (1966)

32) C. CAROLI, K. MAKI
Phys. Rev., 164, 591 (1967)

33) Y. SIMON, F. VIDAL
Phys. Let., 30, 109 (1969)

34) E. HERING, E. CRUCEANU
Phys. Let., 38A, 431 (1972)

35) I. GIAEVER
Phys. Rev. Let., 15, 825 (1966)
P.R. SOLOMON
Phys. Rev. Let., 16, 50 (1966)

36) J. PEARL
Phys. Rev. Let., 16, 99 (1966)
P.P.M. MEINCKE
Phys. Rev. Let., 17, 390 (1967)

37) G.J. Van GURP
Phys. Rev., 166, 436 (1968)

38á) J.G. PARK
J. Phys. C, 2, 742 (1969)

38b) J.R. CLEM
Phys. Rev. B1, 2140 (1970)

39) T.R. BROWN, J.G. KING
Phys. Rev. Let., 26, 969 (1971)

40) J. BAIXERAS, T. PECH
Sol. State Comm., 8, 1055 (1970)

41) J.M. DELRIEUX
Rencontre sur la structure des Supraconducteurs
de 2ème espèce, Jülich, 24 avril 1972 (non publié)

42) Y. SIMON, P. THOREL
Phys. Let., 35A, 450 (1971)

43) Y.B. KIM, C.F. HEMPSTEAD, A.R. STRNAD
Phys. Rev., 129, 528 (1963)

45) F.A. STAAS, AK. NIESSEN, W.F. DRUYVESTEYN
Philips Res. Reports, 22, 445 (1967)

46) M. LE RAY doit être remercié ici pour son aide précieuse dans
toute cette technique rhéographique

47) P. THOREL and Y. SIMON
Proceeding 12th international Conference on Low temp. Phys.
p. 477 (Kyoto 1970)

48) D. SAINT-JAMES, P.G. DE GENNES
Phys. Let., 7, 306 (1963)

49) P.S. SWARTZ, M.R. HART
Phys. Rev., 137A, 818 (1965)

50) J.P. DOSDAT
Communication au 2è colloque d'Aussois (mars 1971)
non publié

51) W.C.H. JOINER, G.E. KUHL
Phys. Rev., 163, 362 (1967)

61) L. SCHWARTZ
Méthodes mathématiques pour les Sciences Physiques
p. 388 (Hermann, 1961)

62) L. SCHWARTZ
MMSP, p. 98

63) P.M. MORSE, M. FESHBACH
Methods of theoretical physics, p. 811 (Mc Graw Hill)

64) A. MESSIAH
Mécanique quantique, T.II, p. 692 (Dunod 1960)

65) A. GUINIER
Eléments de radiocristallographie, p. 128 et suivantes
(Dunod 1956)

66) M.P. KERMODLIDZE
JETP, 20, 1505 (1965)

67) V.R. KARASIK, L.A. NIEL'SON, I.V. PETRUSEVICH, A.I. SHAL'NIKOV,
I. Yh. SHEBALIN
JETP Lett. 8, 294 (1968)

68) B. LETELLIER et J.C. RENARD
Conversations privées

69) D. CRIBIER, Y. SIMON et P. THOREL
Phys. Rev. Let. 28, 1370 (1972).

70) J. SCHELTEN, H. ULLMAIER, W. SCHMATZ
Phys. Stat. Sol., 48b, 619 (1971)

71) U. KRAGELOH
Phys. Stat. Sol., 42, 559 (1970)
U. KUMPF
Phys. Stat. Sol., 44b, 829 (1971)
B. OBST
Phys. Stat. Sol., 45b, 467 (1971)

72) I. WILLIAMS, A.M. COURT
Sol. State Comm., 7, 169 (1969)

73) M.L.A. Mc VICAR, RM. ROSE
J. Appl. Phys., 39, 1721 (1968)

74) B. OBST
Phys. Sol., 45b, 467 (1971)

75) U. ESSMANN
Physica, 55, 83 (1971)

76) C.P. BEAN
Phys. Rev. Let., 8, 250 (1962)

77) W.F. DRUYVESTEYN
Phys. Lett., 14, 275 (1965)

78) H. KIRCHNER
Phys. Lett., 30A, 437 (1969)

79) M. BIRR, A. HEIDEMANN, B. ALEFELD
Nuclear Inst. and methods, 95, 435 (1971)